

ime i prezime

1.	2.	3.	4.	Σ

1. **a)** (7 bodova) Zadani su sudovi: $A = „\pi$ je racionalan broj.“, $B = „1$ je prost broj.“ i $C = „Svaki kvadrat je ujedno i paralelogram.“$ Zapišite riječima sud $A \vee B \rightarrow C$ za prethodno zadane sudove A , B i C . Napišite riječima njegovu negaciju i obrat po kontrapoziciji. Ispitajte istinitost svakog od tih sudova. Odgovore obrazložite.
- b)** (18 bodova) Napišite obrat, obrat po kontrapoziciji, suprotni sud i negaciju sljedećih sudova te ispitajte istinitost (uz obrazloženje) svih sudova:
- i)** „Ako je neparni prirodni broj veći od 40 onda pri dijeljenju s 9 daje ostatak manji ili jednak 7.“
- ii)** $(\exists k \in \mathbb{N})(\forall x \in \mathbb{N})(\forall y \in \mathbb{N})(x < y \rightarrow k > 3 + \frac{2x}{y})$

2. Zadani su skupovi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \rightarrow x^2 > 0\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 0 \vee x \in \{1, 2\}\},$$

$$C = \{1, \{1, 2\}\}.$$

Nađite skupove A , B , $A \Delta B$, $B \cap C$, $\mathcal{P}(C)$. Koje od sljedećih tvrdnji su istinite $\{0\} \in B$, $\{1\} \in C$, $\{1\} \subseteq C$, $(0, 1) \in B \times B$? Odgovor obrazložite!

3. Neka su A , B , C i D proizvoljni skupovi. Odredite odnos skupova

$$(A \times B) \setminus (C \times D) \quad \text{i} \quad (A \setminus C) \times (B \setminus D).$$

Inkluzije koje vrijede dokažite, a za one koje ne vrijede nađite kontraprimjer.

4. **a)** (12 bodova) Na skupu \mathbb{Z} zadana je relacija \sim na sljedeći način:

$$x \sim y \Leftrightarrow 3x - 3y + 1 \text{ je neparan broj.}$$

Dokažite da je \sim relacija ekvivalencije i odredite kvocijentni skup.

- b)** (13 bodova) Na skupu $S = \{x, y, u, v, w\}$ definirana je relacija ρ na sljedeći način:

$$\rho = \{(x, x), (x, y), (y, y), (y, v), (w, v), (w, w)\}.$$

Ispitajte svojstva refleksivnosti, antisimetričnosti i tranzitivnosti. Nadopunite relaciju ρ do relacije potpunog uređaja.