

ime i prezime

| 1. | 2. | 3. | 4. | $\Sigma$ |
|----|----|----|----|----------|
|    |    |    |    |          |

1. (a) (6 bodova) Ispitajte istinitost sljedećeg suda, negirajte ga riječima te ga zapišite pomoću simbola: "U skupu realnih brojeva postoji broj koji podijeljen sa svakim realnim brojem daje samog sebe."
- (b) (13 bodova) Napišite obrat, obrat po kontrapoziciji, suprotni sud i negaciju sljedećeg suda te ispitajte istinitost (uz obrazloženje) svih sudova: "Ako je  $x^2 > x$  i  $y > 0$ , onda je  $xy > y$ ."
- (c) (6 bodova) Pojednostvanite sud:  $A \rightarrow B \wedge \neg(A \vee B)$ .
2. (a) (20 bodova) Odredite odnos skupova

$$(C \setminus (A \cap B)) \setminus (B \cap C) \quad \text{i} \quad ((A \cup C) \setminus B) \setminus (A \cap B).$$

Inkluzije koje vrijede dokažite, a za one koje ne vrijede nađite kontraprimjer.

- (b) (5 bodova) Neka je  $A = \{1\}$ . Vrijedi li  $\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(A \times A)$ ?
3. Neke je  $\rho$  relacija na  $\mathbb{N}$  definirana s  $n\rho m \Leftrightarrow (n \neq 1 \wedge n \mid m)$ . Neka su zadani skupovi

$$\begin{aligned} A &= \{n \in \mathbb{N} : n\rho 6\}, \\ B &= \{x \in \mathbb{R} : x \leq 2 \rightarrow x > 6\}, \\ C &= \{\{2\}, \{2, 3\}\}. \end{aligned}$$

Odredite  $A, B, A \Delta B, A \cap C$  i  $(A \setminus B) \times C$ . Koje od sljedećih tvrdnji su istinite  $\{2\} \in \mathcal{P}(A)$ ,  $\{2\} \subseteq C$ ,  $\{3\} \in C$ ,  $A \subseteq B$ ? Odgovor obrazložite.

4. Neka je  $\rho$  binarna relacija na  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  definirana s

$$(a, b)\rho(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c.$$

Ispitajte svojstva relacija  $\rho$ . Ako postoji, odredite  $[(3, 5)]$ .

ime i prezime

| 1. | 2. | 3. | 4. | $\Sigma$ |
|----|----|----|----|----------|
|    |    |    |    |          |

1. Zadana je funkcija  $f: \langle -\infty, \frac{\pi}{2} \rangle \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x + \frac{\pi}{2}, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ \operatorname{tg} x, & x > -\frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

Ispitajte je li  $f$  injekcija, surjekcija. Ako su dobro definirane, odredite kompozicije  $\sin \circ f$  i  $f \circ \sin$ .

2. Odredite područje definicije realne funkcije s pravilom pridruživanja

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \arccos(x+2) + \sqrt[3]{\sin \ln \frac{1+x}{2-x}}.$$

3. Neka je  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \cos x + \cos 2x$ . Odredite  $K(f)$ ,  $f^{-1}([0, 3))$ ,  $f^{-1}(2)$ .

4. Dokažite da za sve prirodne brojeve  $n$  i sve  $x \in \mathbb{R}^+$  vrijedi:

$$\frac{\log_2 x \cdot \log_2 x^0}{2} + \frac{\log_2 x^2 \cdot \log_2 x^1}{2^2} + \dots + \frac{\log_2 x^n \cdot \log_2 x^{n-1}}{2^n} = (\log_2 x^2)^2 - \frac{n^2 + 3n + 4}{2^n} (\log_2 x)^2.$$