

ime i prezime

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

1. (a) (6 bodova) Ispitajte istinitost sljedećeg suda, negirajte ga riječima te ga zapišite pomoću simbola: "U skupu realnih brojeva postoji broj koji podijeljen sa svakim realnim brojem daje samog sebe."
 - (b) (7 bodova) Napišite obrat, obrat po kontrapoziciji i suprotni sud sljedećeg suda: "Ako je $f: \mathbb{R} \rightarrow K(f)$ bijekcija, onda za sve skupove realnih brojeva A i B vrijedi $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$."
 - (c) (7 bodova) Ispitajte istinitost svih sudova iz (b) dijela zadatka. Odgovore obrazložite.
2. Odredite odnos skupova

$$(B \setminus (A \cap C)) \setminus (B \cap C) \quad \text{i} \quad ((A \cup B) \setminus C) \setminus (A \cap C).$$

Inkluzije koje vrijede dokažite, a za one koje ne vrijede nađite kontraprimjer.

3. Na skupu nogometaša Hajduka definirana je relacija ρ . Za dva nogometaša A i B vrijedi: $A\rho B$ ako i samo ako vrijedi jedna od sljedećih tvrdnji: a) oba su postigla barem jedan zgoditak u protekloj sezoni, b) nijedan od njih u protekloj sezoni nije postigao zgoditak, c) nogometaš A nije postigao zgoditak u protekloj sezoni, a nogometaš B je. Ispitajte refleksivnost, simetričnost i tranzitivnost relacije ρ . Dopunite je do relacije ekvivalencije i odredite kvocijenti skup.
4. Neka je $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos 2x - \cos x$. Odredite $K(f)$, $f^{-1}([0, 3])$.
5. Dokažite da za sve prirodne brojeve n i sve $x \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ vrijedi:

$$\log_x 3 \cdot \log_x 3^0 + \log_x 3^2 \cdot \log_x 3^1 + \dots + \log_x 3^n \cdot \log_x 3^{n-1} = \frac{n}{3} \log_x 3^{n-1} \cdot \log_x 3^{n+1}$$