---

ime i prezime

1	2.	3.	4.	5.	$\sum$

1. **a)** Zapišite riječima tvrdnju $(\forall m \in \mathbb{Z})(\exists x \in \mathbb{R})\ m \leq x < m+2$. Provjerite njenu istinitost (odgovor obrazložite), a potom je negirajte (riječima ili simbolički).

   b) Napišite obrat, obrat po kontrapoziciji i suprotni sud suda: "Ako je prirodan broj djeljiv s 20, onda je on djeljiv s 10 i s 2." Provjerite istinitost svih sudova.

2. Na skupu $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definirana je relacija ρ na sljedeći način:

$$x \rho y \Leftrightarrow 2x + y \text{ je prost broj.}$$

   Ispitajte svih pet svojstava ove relacije. Nadopunite je najmanjim brojem elemenata do relacije ekvivalencije i odredite kvocijentni skup te relacije ekvivalncije.

3. Neka je $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dana s

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1, & x \leq 1 \\ \log_3 x, & x > 1 \end{cases}$$

   Neka je $A = f(\langle 0, +\infty\rangle)$, $B = f^{-1}([0,1])$ i $C = f^{-1}(-3)$. Odredite skupove $A \cap B$ i $(A \cap B^C) \setminus (C^C \setminus A)$.

4. Zadane su funkcije $f(x) = 2^{\frac{x+1}{x}}$ i $g(x) = \log_2(4x+5) + \log_2 \frac{1}{1-x^2}$. Odredite njihove prirodne domene. Postoje li funkcije $f \circ g$ i $g \circ f$?

5. Metodom matematičke indukcije pokažite da za sve prirodne brojeve n vrijedi

$$7 \mid (-2)^{2n-1} + (-3)^{n+1}.$$

---

ime i prezime

1.	2	3.	4.	5.	$\sum$

1. **a)** Zapišite riječima tvrdnju $(\forall m \in \mathbb{Z})(\exists x \in \mathbb{R})\ m \leq x < m+3$. Provjerite njenu istinitost (odgovor obrazložite), a potom je negirajte (riječima ili simbolički).

   b) Napišite obrat, obrat po kontrapoziciji i suprotni sud suda: "Ako je prirodan broj djeljiv s 12, onda je on djeljiv sa 6 i s 2." Provjerite istinitost svih sudova.

2. Na skupu $S = \{1,2,3,4,5\}$ definirana je relacija ρ na sljedeći način:

$$x\rho y \Leftrightarrow x + 2y \text{ je prost broj.}$$

   Ispitajte svih pet svojstava ove relacije. Nadopunite je najmanjim brojem elemenata do relacije ekvivalencije i odredite kvocijentni skup te relacije ekvivalncije.

3. Neka je $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dana s

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+1, & x \leq 1 \\ \log_2 x, & x > 1 \end{cases}$$

   Neka je $A = f(\langle 0, +\infty\rangle)$, $B = f^{-1}([0,1])$ i $C = f^{-1}(-3)$. Odredite skupove $A \cap B$ i $(A \cap B^C) \setminus (C^C \setminus A)$.

4. Zadane su funkcije $f(x) = \log_3(4x+5) + \log_3 \frac{1}{1-x^2}$ i $g(x) = 3^{\frac{x+1}{x}}$. Odredite njihove prirodne domene. Postoje li funkcije $f \circ g$ i $g \circ f$?

5. Metodom matematičke indukcije pokažite da je za sve prirodne brojeve n izraz $(-3)^{n+1} - 2^{2n-1}$ djeljiv sa 7.