

ime i prezime

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

1. a) Provjerite istinitost (odgovor obrazložite) te negirajte sljedeće tvrdnje:

$$(\forall x > 0)(\exists n \in \mathbb{Z}) n + 1 < x^2,$$

$$(\exists A \in \mathcal{U})(\exists B \in \mathcal{U})(\forall C \in \mathcal{U})(A \cap C = B \cap C \rightarrow A = B).$$

- b) Napišite obrat, obrat po kontrapoziciji i suprotni sud suda: “Ako je relacija simetrična i tranzitivna, onda je i refleksivna.” Provjerite istinitost (odgovor obrazložite) svih tvrdnji.
2. Zadani su skupovi $A = \{2k : k \in \mathbb{Z}\}$ i $B = \langle -\infty, 2 \rangle \cup \langle 7, +\infty \rangle$ i funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x), & x < 0 \\ 3x, & x \geq 0 \end{cases}.$$

Odredite skupove $f(A) \setminus f(B)$, $f^{-1}(0)$, $f^{-1}([-9, +\infty))$ i $f^{-1}(\langle 9, +\infty \rangle) \Delta B$.

3. Neka je $A = \{100, 101, 1001, 1110\}$ i neka je $R = \{(x, y) \in A \times A : \text{broj nula u zapisu broja } x \text{ jednak je broju jedinica u zapisu broja } y\}$. Ispišite sve parove koji pripadaju relaciji R . Ispitajte njena svojstva. Koliko najmanje elemenata treba dodati skupu R da bi to bila simetrična relacija?
4. Neka je $f: \mathbb{R} \rightarrow K(f)$

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

Odredite $K(f)$. Dokažite da je f bijekcija i odredite joj inverznu funkciju.

5. Odredite prirodno područje definicije funkcije

$$f(x) = \log_{9-x^2} \frac{x^2 - 4x - 5}{\sqrt{3^{2x+2} + 17 \cdot 3^x - 2}}.$$

ime i prezime

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

1. a) Provjerite istinitost (odgovor obrazložite) te negirajte sljedeće tvrdnje:

$$(\exists x > 0)(\forall n \in \mathbb{N}) \frac{1}{n} + 1 < x^2,$$

$$(\forall A \in \mathcal{U})(\exists B \in \mathcal{U})(\exists C \in \mathcal{U})(A \cup B = A \cup C \rightarrow B = C).$$

- b) Napišite obrat, obrat po kontrapoziciji i suprotni sud suda: “Ako je relacija refleksivna, onda je simetrična i tranzitivna.” Provjerite istinitost (odgovor obrazložite) svih tvrdnji.
2. Zadani su skupovi $A = \{2k : k \in \mathbb{Z}\}$ i $B = \langle -\infty, 1 \rangle \cup [6, +\infty)$ i funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \sin(\pi x), & x < 0 \\ 2x, & x \geq 0 \end{cases}.$$

Odredite skupove $f(A) \setminus f(B)$, $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(\langle -4, +\infty \rangle)$ i $f^{-1}([4, +\infty)) \Delta B$.

3. Neka je $A = \{12345, 17503, 23645, 43208, 75649\}$ i neka je $R = \{(x, y) \in A \times A : \text{broj parnih znamenki broja } x \text{ jednak je broju neparnih znamenki broja } y\}$. Ispišite sve parove koji pripadaju relaciji R . Ispitajte njena svojstva. Koliko najmanje elemenata treba izbaciti iz skupa R da bi to bila antisimetrična relacija?
4. Neka je $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow K(f)$

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}.$$

Odredite $K(f)$. Dokažite da je f bijekcija i odredite joj inverznu funkciju.

5. Odredite prirodno područje definicije funkcije

$$f(x) = \log_{25-x^2} \sqrt{\frac{3^{x-2} - 1}{9^x - 10 \cdot 3^{x-1} + 1}}.$$