Kinetička teorija plinova

« Uvod u statističku fiziku »

Ivo Batistić

ivo@phy.hr

Fizički odsjek, PMF
Sveučilište u Zagrebu

predavanja 2005/2006

Pregled predavanja

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Statistička fizika

- Bavi se sustavima koji se sastoje od mnoštva čestica:
  - plinovi
  - tekućine
  - kruta tijela
  - plazma
  - kvantni kondenzati
  - nebeska tijela: planeti, zvjezde, galaksije, ...
- Ne istražuje svojstva pojedinačnih čestice od kojih se sustav sastoji, nego svojstva cijele kolekcije.
- Zaključke izvodi na temelju statističkih podataka o kolektivu čestica.

Termodinamika

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Termodinamika je grana fizike usko povezana sa statističkom fizikom.

- Razvijena je nezavisno od statističke fizike.
- Ne oslanja se na to da se sustavi sastoje od pojedinih čestica.
- Bazira se na nekoliko osnovnih zakona (aksioma) do kojih se je došlo opažanjima.
- To je znanost o toplinskim svojstvima tijela (sustava) od kojih su neka veoma složena (*npr.* strojevi).

Temperatura

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

- Mjeri stupanj zagrijanosti tijela.
- Mjeri se termometrom. Prvi termometar napravio je Ferdinand II, grof od Tuscane godine 1641.
- Fizikalne jedinice su:
  - Stupnjevi celzijusa $^\circ$C.
  - Stupnjevi kelvina: K.
  - Stupnjevi fahrenheita: $^\circ$F.
- Između pojedinih stupnjeva postoji veza:
  - $t_C = t_K - 273{,}15$
  - $t_C = \frac{5}{9}\,(\,t_F - 32\,)$
- Postoji najniža moguća termperatura: $T = 0$ K ili -273,15°C (apsolutna nula).

Unutrašnja energija i toplina

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

- Unutrašnja energija je ukupna energija sustava, zbroj kinetičkih energija svih čestica i njihovih međusobnih potencijalnih energija (energija međudjelovanja).
- Unutrašnja se energija sustava može promijeniti
  - ako on vrši mehanički rad
  - ili ako se dovodi/odvodi toplina.
- Jedinica za mjerenje količine topline je kalorija:

> 1 cal je ona količina topline koja je potrebna da 1 g vode zagrije od 14° C na 15° C.

Tlak

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

- Mjeri se barometrom
- Prvi barometar je napravio Torricelli 1643. godine.
- SI fizikalna jedinica je pascal:
  $1\ \mathrm{Pa} = \mathrm{N/m^2} = \mathrm{kg/m\ s^2}$.
- Ostale fizikalne jedinice:
  - $1\ \mathrm{bar} = 10^5\ \mathrm{Pa}$.
  - $1\ \mathrm{atm} = 101325\ \mathrm{Pa}$ (atmosfera).
  - $1\ \mathrm{mmHg}$ (torr) $= 133{,}322\ \mathrm{Pa}$.
  - $1\ \mathrm{atm} = 760\ \mathrm{torr}$.

Klasična mehanika

- U klasičnoj se mehanici obično promatra problem gibanja jedne čestice pod djelovanjem neke vanjske sile, ili problem gibanja dviju čestica koje međudjeluju.
- Cilj je znati položaje i brzine čestica kao funkciju vremena:

$$(\vec{r}(t), \vec{v}(t))$$

- To je moguće postići rješavanjem sustava jednadžbi:

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{1}{m}\,\vec{F} \qquad \text{(Newtonova jednadžba)}$$

ili

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}} &= \frac{1}{m}\,\vec{p} \\ \dot{\vec{p}} &= \vec{F} \end{aligned} \qquad \text{(Hamiltonove jednadžbe)}$$

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Klasična mehanika

- Da bi došli do rješenja potrebno je poznavati **početne uvjete** - položaje i brzine (impulse) u nekom početnom vremenskom trenutku:

$$(\vec{r}(t_0), \vec{v}(t_0))$$

- Cijeli problem moguće je poopćiti i na sustav većeg broja čestica. Tada je potrebno rješavati sustav velikog broja jadnadžbi, a rješenje je zadano skupom početnih stanja svake od čestica.

- Ipak, rješavanje sustava jednadžbi za veliki broj čestica sadrži nekoliko praktičnih, ali i principijelnih teškoća.

Problemi u klasično-mehaničkom pristupu

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

- Praktični problem: ne postoje računala koja mogu izračunati vremensku evoluciju za 10^{23} čestica. (Ne postoje računala koja to mogu napraviti i za *samo* 10^9 čestica.)
- Principijelni problem: Sustav jednadžbi je neintegrabilan - riješenja su jako ovisna o početnim uvjetima. *Beskonačno* mala promjena početnih uvjeta izaziva veliku promjenu u rješenju.

  Čak i kada bi mogli riješiti sustav od 10^{23} DJ, ne možemo s pouzdanjem znati rješenje jer ne poznajemo početno stanje.
- Problem svrhe: Želimo li uopće znati trajektoriju svake pojedine čestice unutar nekog plina ?

Problemi u klasično-mehaničkom pristupu

- Problem broja čestica: Koliko doista ima čestica u 1 molu plina? Odgovor: 6,022 10^{23} atoma (molekula)!
  - Svaki atom se sastoji od manjih čestica, elektrona i jezgre koja se sastoji od protona i neutrona, ali i plina π-mezona koji ih drže zajedno na okupu.
  - A protoni, neutroni i π-mezoni se sastoji od još manjih dijelova, kvarkova te gluona koji drže te kvarkove *neraskidivim* vezama.

Zar jedan potpuni (mehanički) opis plina ne bi trebao uzeti u obzir i gibanje tih manjih čestica?

Broj stupnjeva slobode

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Problem broja čestica pojavljuje se i u statističkoj fizici. Sustavi čestica koji imaju 10^{23} ili 10^{30} čestica sigurno se razlikuju u fizikalnim svojstvima, npr. energiji ili tlaku.

Problem broja čestica razriješen je tek u **kvantnoj statističkoj fizici**.

Strukturu nekog složenog sustava treba uzeti u obzir samo ako je energija njegovog pobuđivanja usporediva ili manja od temperature:

$$\Delta E \leq k_B T.$$

Broj stupnjeva slobode

Ako je $\Delta E \gg k_B T$ složeni sustav se može tretirati kao jedna čestica!

- Atomi u (manjim) molekulama povezani su čvrstim vezama tako da na sobnim temperaturama (~ 300 K) se molekule mogu tretirati kao krute čestice.
- Energija pobuđivanja nekih rotacijska gibanja molekula (atoma) je veća od sobne temperature, pa se ponekad rotacijsko gibanje može zanemariti.
- Energija pobuđivanja elektrona u atomu puno je veća od sobne temperature, pa se atomi mogu tretirati kao cjelovite čestice.
- Ali atomi u plazmi, gdje su temperature više od 10^6 K, sigurno nisu cjelovite čestice.

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Broj stupnjeva slobode

Ako je $\Delta E \gg k_B T$ složeni sustav se može tretirati kao jedna čestica!

- ...
- Energije pobuđivanja jezgre, ili protona i neutrona još su više nego energije pobuđivanja atoma.

  Substruktura atoma i jezgre može se zanemariti na sobnim temperaturama.

  (Ali se ne može zanemariti u neutronskim zvijezdama.)

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Međumolekularni sudari

1738. Danijel Bernoulli je prvi predložio **kinetičku teoriju plinova**. Njegov rad ostao je nezapažen sve do 19. kada je počeo razvitak **statističke fizike**.

Osnovne pretpostavke kinetičke teorije plinova:

- Čestice u plinu se gibaju nasumično, velikim brzinama, međusobno se sudaraju i u sudarima mijenjaju smjer gibanja.
- Sudari čestica sa stijenkom posude u kojoj se nalaze, stvaru silu koju nazivamo tlakom plina.
- Ukupna energija, zbroj kinetičkih energija i međusobne potencijalne energije (međudjelovanje) čine unutrašnju energiju.

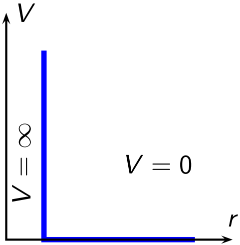
Međumolekularni sudari

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

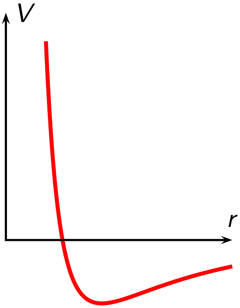
D. Bernoulli je pretpostavio da su čestice (atomi) tvrde kuglice radijusa $d/2$ čija je potencijalna energija:

$$V(r) = \begin{cases} \infty & \text{za } r < d \\ 0 & \text{za } r > d \end{cases}$$

tvrde kuglice



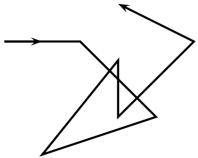
Van der Waalsove sila



Međumolekularni sudari

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Promatrajući jednu česticu, jasno je da će se ona povremeno sudarati s drugim česticama. Pri tome će vremenski interval između dva sudara, te slobodni (pravocrtni) put između dva sudara varirati od sudara do sudara.

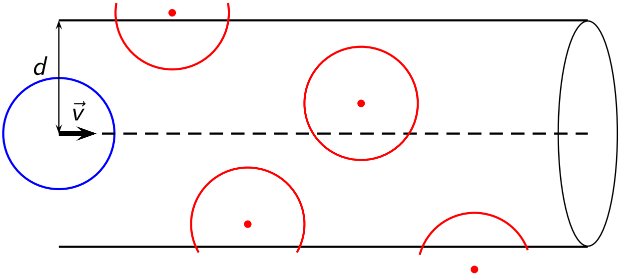


Uvodimo pojam **srednjeg slobodnog puta** kao prostornog intervala koji čestica u prosjeku prođe između dva sudara.

Srednji slobodni put

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

- Promatrajmo gibanje jedne od kuglica, koja se giba u nekom smjeru zadanom sa smjerom brzine $\vec{v}$.
- Oko smjera gibanja kuglice opašemo valjak radijusa d.
- Kuglice čiji se centar nalazi unutar valjka sudarit će se s kuglicom koju promatramo.

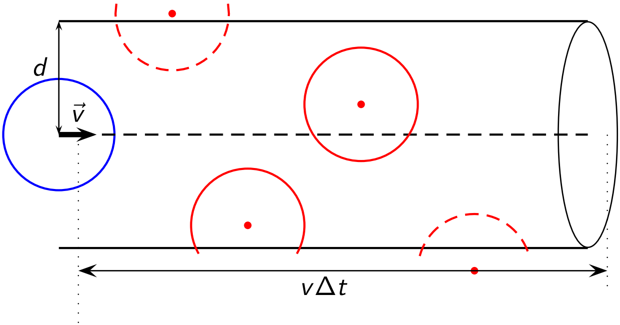


Srednji slobodni put

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Da bi izračunali srednji slobodni put pojednostvit ćemo problem:

- Neka se giba samo čestica koju promatramo, a sve ostale neka miruju.
- Neka naša čestica koju promatramo ne mijenja smjer i brzinu gibanja kod sudara.
- Za vrijeme Δt čestica će preći udaljenost $v\Delta t$.



Srednji slobodni put

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

- Za vrijeme Δt čestica će se sudariti sa svim česticama koje se nalaze unutar valjka dužine $v\Delta t$. Broj sudara:
$$N = v\Delta t \cdot d^2\pi \cdot n,$$
gdje je n koncentracija čestica.
- Srednji slobodni put je:
$$\ell = \frac{v\Delta t}{N} = \frac{1}{\sigma \cdot n}.$$
Uveli smo oznaku $\sigma = d^2\pi$ za površinu baze cilindra (valjka).
- σ se naziva i **udarni presjek**. To je ona površina koju, ako čestica *pogodi*, onda dolazi do sudara.

Srednji slobodni put

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

- Udarni presjek u slučaju tvrdih kuglica je površina kruga radijusa dvostruko većeg od radijusa kuglica.
- U općem slučaju, proizvoljnog međudjelovanja između čestica, potrebno je koristiti kvantnu mehaniku proračunavajući vjerojatnost pojave sudara.
- Kod kratkodosežnih međudjelovanja koje postoji kod neutralnih čestica, aproksimacija tvrdih kuglica je dobra.

Srednji slobodni put

- Dobiveni izraz za srednji slobodni put treba korigirati. Točni izraz je:

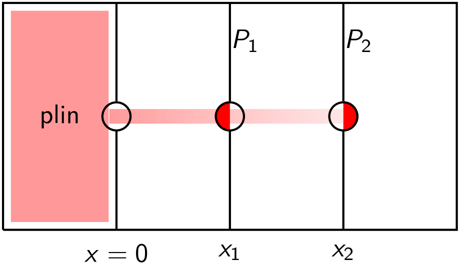
$$\ell = \frac{1}{\sigma \cdot n\sqrt{2}}$$

- Tipične vrijednosti:

$$\ell \approx 10^{-7} \text{ m} \qquad \left\{ \begin{array}{ccl} n & \approx & 5\ 10^{25}\ \text{m}^{-3} \\ d & \sim & 10^{-10}\ \text{m} \\ \sigma & \approx & 10^{-19}\ \text{m}^{-2} \end{array} \right\}$$

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Born-Bormannov pokus

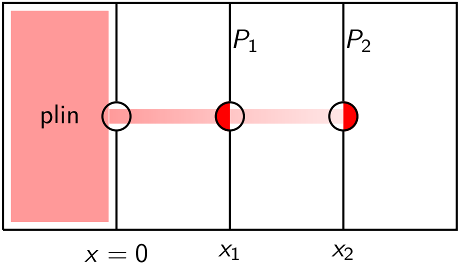


Skica pokusa u kojem su Born i Bormann 1920. godine mjerili srednji slobodni put i njegovu ovisnost o tlaku.

- Iz posude u kojoj se nalazi plin izlazi uska zraka molekula koja pada na zaslon P_1.
- Na zaslonu se nalazi otvor koji pokriven polukružnom pločicom tako da samo dio molekula prolazi dalje, a dio se apsorbira (priljepi) na pročicu.
- Onaj dio molekula koji prolazi dalje udara na zaslon P_2 gdje se nalazi pločica koja pokriva drugu polovicu kruga.

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Born-Bormannov pokus



(Skica Born-Bormannovog pokusa.)

- Na zaslon P_1 pada samo dio molekula, N_1, koji se nije raspršio u sudarima s drugim molekulama na putu do zaslona.
- Također, na zaslon P_2 pada samo dio molekula, N_2, koji se nije raspršio u sudarima s drugim molekulama na putu do zaslona.
- Molekule koje se jesu raspršile, skrenule se s putanje i nisu pogodine pločice ili otvor.

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Born-Bormannov pokus

- Neka je $N(x)$ broj molekula u snopu koje su prošle udaljenost x, tj. do te udaljenosti nisu se sudarile s drugim molekula.
- Broj molekula koje se **jesu** sudarile prolazeći put između x i $x + \Delta x$ je $\Delta N = N(x + \Delta x) - N(x)$.
- Broj raspršenih čestica naspram ukupnog broja dan je odnosom dužine Δx i srednjeg slobodnog puta ℓ:

$$\frac{\Delta N}{N} = -\frac{\Delta x}{\ell}$$

predznak $-$ dolazi jer je $N(x + \Delta x)$ manje od $N(x)$

- Za *beskonačno* mali interval Δx, dobiva se DJ:

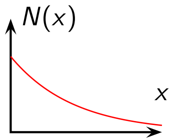
$$\frac{dN}{dx} = -\frac{N}{\ell}$$

Born-Bormannov pokus

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Rješenje je:

$$N(x) = N_0 \cdot e^{-\dfrac{x}{\ell}}$$



eksponencijalno trnuća funkcija

Koristeći dobiveni rezultat, nalazimo da je odnos broja molekula koji su udarili pločicu kod zaslona P_1, naspram broja molekula koji su udarili pločicu kod zaslona P_2 jednak:

$$\frac{N(x_1)}{N(x_2)} = e^{\dfrac{x_2 - x_1}{\ell}}$$

odnosno

$$\ell = \frac{x_2 - x_1}{\log\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right)}$$

Srednji slobodni put

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

- Za konstantnu temperaturu, nađeno je $\ell \sim P^{-1}$.
- Iz ℓ, određen je σ, odnosno dimenzija molekula d

$$d = \frac{1}{\sqrt{\pi \; \ell \; n \; \sqrt{2}}}$$

- rezultati su uspoređeni s rezultatima dobivenim drugim metodama.

Plin	d (m)	ℓ (m)
He	$1{,}9\ 10^{-10}$	$2{,}3\ 10^{-7}$
H_2	$2{,}3\ 10^{-10}$	$1{,}6\ 10^{-7}$
H_2O	$2{,}6\ 10^{-10}$	$1{,}3\ 10^{-7}$
O_2	$2{,}9\ 10^{-10}$	$1{,}0\ 10^{-7}$
Ar	$2{,}9\ 10^{-10}$	$1{,}0\ 10^{-7}$
N_2	$3{,}1\ 10^{-10}$	$0{,}87\ 10^{-7}$

Međumolekularni promjeri i srednji slobodni put.
($t = 0°C$ p=101325 Pa)

Idealni plin

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

- Srednji slobodni put je puno veći od prosječne udaljenosti čestica u plinu:

$$R = n^{-1/3} \sim 3\ 10^{-9}\ \mathrm{m}$$

- A prosječna udaljenost među česticama je puno veća od dimenzija čestica.
- Čestice u plinu pod normalnim tlakom vrlo se rijetko sudaraju, (smetaju jedna drugoj u gibanju).
- Pod **normalnim uvjetima** (1 atm & T=300 K) čestice u plinu moguće je tretirati kao da **ne međudjeluju**.
- Za plin čestica koje ne međudjeluju kažemo da je **idealan**.

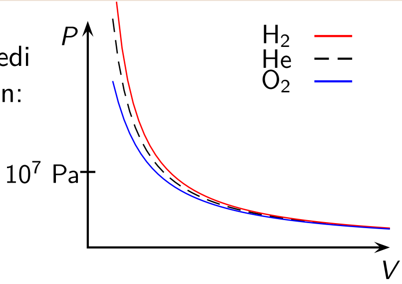
Idealni plin

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

- Za idealni plin vrijedi Boyle-Mariotteov zakon:

$$P \cdot V = \text{konst.}$$

(ako je $T = \text{konst.}$)



- Kod visokih tlakova, kada prosječna odaljenost među česticama postane usporediva s dimenzijama čestica, očekujemo da međudjelovanje igra značajniju ulogu - plin više neće biti idealan.
- Zbog međudjelovanja čestica kod visokih tlakova pojavit će se odstupanje od Boyle-Mariotteov zakona. (Za $P \sim 10^7$ Pa, odstupanje je 5-10 %).

Tlak idealnog plina

Prema kinetičkoj teoriji plinova tlak je rezultat neprestanog nasumičnog udaranja molekula plina u stijenke posude.

- Svaka čestica, koja se giba brzinom

$$\vec{v} = \vec{v}_{\|} + \vec{v}_{\perp} \qquad \begin{cases} \vec{v}_{\|} & \text{brzina paralelna sa stijenkom} \\ \vec{v}_{\perp} & \text{brzina okomita na stijenku} \end{cases}$$

  i udara u stijenku reflektira se od stijenke brzinom:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\|} - \vec{v}_{\perp}.$$

- Predani impuls površini stijeke prilikom jednog sudara:

$$\Delta p = 2\ m\vec{v}_{\perp}.$$

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

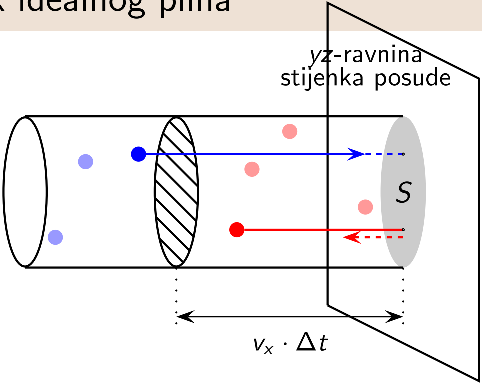
Tlak idealnog plina

- Da bi izračunali tlak potrebno je odrediti ukupni predani impuls, Δp, stijeki posude u jednici vremena, Δt, i na jediničnoj površini, S.
- Ukupna sila kojom djeluju molekule na jediničnu površinu je
$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}.$$
- A tlak je:
$$P = \frac{F}{S}$$
- Pri tome je predani impuls okomit na površinu stjenke, pa je stoga i sila i tlak okomit na površinu stjeke posude.

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Tlak idealnog plina

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

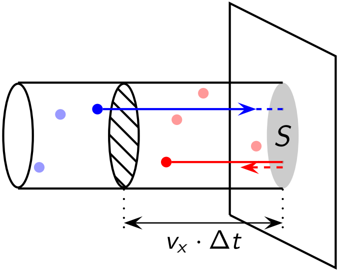


- Radi jednostavnosti neka je stijenka yz-ravnina okomita na x-os.
- Neka je je $n_x(v_x)$ funkcija raspodjele čestica po x-komponenti brzine.

$$\sum_{v_x} n_x(v_x) = n = \frac{N}{V}.$$

Tlak idealnog plina

Ivo Batistić
ivo@phy.hr



Koliko čestica udari u stijenku unutar intervala Δt ?

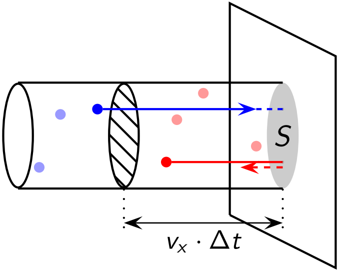
- U stijenku udaraju samo čestice koje se nalaze na udaljenosti manjoj od $v_x \Delta t$ od stijenke posude.
- Broj čestica brzine v_x:

$$\Delta n(v_x) = \underbrace{S \cdot v_x \cdot \Delta t}_{\text{volumen}} \cdot n_x(v_x)$$

- Ukupni broj čestica koji udari stijenku posude:

$$\Delta n_{ud} = \sum_{v_x > 0} \Delta n(v_x).$$

Tlak idealnog plina



Čemu je jednak predani impuls čestica koje udaraju u stijenku unutar intervala Δt ?

- U stijenku udaraju samo čestice koje se nalaze na udaljenosti manjoj od $v_x \Delta t$ od stijenke posude.
- predani impuls čestica brzine v_x:

$$\Delta p(v_x) = \underbrace{S \cdot v_x \cdot \Delta t}_{\text{volumen}} \cdot n_x(v_x) \cdot (2 m v_x)$$

- Ukupni predani impuls svih čestica za vrijeme intervala Δt:

$$\Delta p = \sum_{v_x > 0} \Delta p(v_x)$$

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Tlak idealnog plina

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Čemu je jednaka sila na površinu S ?

$$
\begin{aligned}
F &= \frac{\Delta p}{\Delta t} \\
&= 2\, S\, m \sum_{v_x>0} v_x^2 \cdot n_x(v_x) = S\, m \sum_{v_x} v_x^2 \cdot n_x(v_x) \\
&\equiv S\, n\, \overline{m v_x^2}
\end{aligned}
$$

jer je

$$
\begin{aligned}
\overline{v_x^2} &= \frac{\sum_{v_x} v_x^2 \cdot n_x(v_x)}{\sum_{v_x} n_x(v_x)} \\
&= \frac{1}{n} \sum_{v_x} v_x^2 \cdot n_x(v_x)
\end{aligned}
$$

Tlak idealnog plina

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Čemu je jednak tlak ?

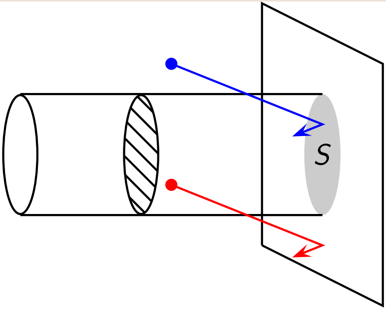
$$\begin{aligned} P &= \frac{F}{S} = n\, \overline{m v_x^2} = \frac{n}{3}\, \overline{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} \\ &= \frac{2}{3}\, \frac{N}{V}\, \overline{E_k} = \frac{2}{3}\, \frac{1}{V}\, U_k \\ &= \frac{2}{3}\, \frac{1}{V}\, U \end{aligned}$$

jer je ukupna kinetička energija:

$$U_k = N\, \overline{E_k} \equiv U$$

ujedno i ukupna energija za idealni plin.

Tlak idealnog plina



- Međutim, čestice nemaju sve samo x-komponentu brzine. Neke, zbog y- i z-komponenti brzine izaći izvan cilindra, i neće udariti u bazu cilindra S!
- Koliko će ih izaći, isto toliko će ih ući u cilindar - tako da je broj udaraca u dno cilindra isti.

Tlak idealnog plina

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Tlak idealnog plina

$$PV = \frac{2}{3}\, U_k = N\, \frac{2}{3}\, \overline{E_k}$$

- Prosječna kinetička energija može nam poslužiti za definiciju novog termodinamičkog parametra, **temperature**:

$$\theta = \frac{2}{3}\, \overline{E_k} = k_B T$$

- Ili se možemo poslužiti, **zakonim o jednakoj raspodjeli energija** koji kaže da je

$$\overline{\frac{mv_x^2}{2}} = \overline{\frac{mv_y^2}{2}} = \overline{\frac{mv_z^2}{2}} = \frac{1}{2} k_B T$$

ako smo temperaturu već prije definirali.

Tlak idealnog plina

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Tlak idealnog plina

$$PV = Nk_B T$$

gdje je k_B tz. **Boltzmannova konstnta.**

$$k_B = 1,3806\ 10^{-23}\ \mathrm{J\ K}^{-1}.$$

Boltzmannova konstnta povezuje temperaturu izraženu u stupnjevima K s temperaturom u izraženu u jedinicama energije (J - Joule).

Tlak idealnog plina

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Mol je ona množina (količina) tvari koja sadrži onoliko jedinki (atoma, molekula) koliko 0,012 kg ugljikovog izotopa ^{12}C sadrži atoma.

Npr. jedan mol neona (Ne) je 0,020 179 kg, a vodika (H_2) je 0,002 016 kg.

U jednom molu tvari nalazi se

$$N_A = 6,022\ 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$$

atoma (molekula). N_A je **Avogadrova konstanta**.

Ukupni broj atoma (molekula) u sustavu možemo izraziti preko broja molova:

$$z = \frac{N}{N_A}.$$

z se naziva **množina tvari**.

Tlak idealnog plina

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Tlak idelanog plina (jednadžba stanja)

$$PV = Nk_B T = zN_A k_B T = zRT$$

gdje je

$$R = N_A \cdot k_B = 8,314 \ \mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$$

je **univerzalna plinska konstanta**.

Jednadžba stanja idealnog plina može se primjeniti i na realne plinove, ako su sudari molekula u plinu **elastični**. U elastičnom sudaru je zbroj kinetičkih energija prije i poslije sudara isti:

$$E_1 + E_2 = E_1' + E_2'$$

pa se ukupna kinetička energija svih čestica ne mijenja zbog sudara.

Tlak idealnog plina

Ivo Batistić
ivo@phy.hr

Koristeći vezu između temperature i prosječne kinetičke energije možemo izračunati **prosječnu kvadratnu brzinu**:

$$v_s = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m}}.$$

Npr.

$$v_s \approx 607 \ \mathrm{m}s^{-1} \qquad \left\{ \begin{array}{l} m_{Ne} = 3,37\ 10^{-26}\ \mathrm{kg} \\ T = 300\ \mathrm{K} \end{array} \right\}$$

Koliko je prosječno vrijeme između dva sudara ?

$$t_0 = \frac{\ell}{v_s} \sim 10^{-10}\ \mathrm{s} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \ell \sim 10^{-7}\ \mathrm{m} \\ v_s \sim 10^3\ \mathrm{m}s^{-1} \end{array} \right\}$$

Ivo Batistić
ivo@phy.hr