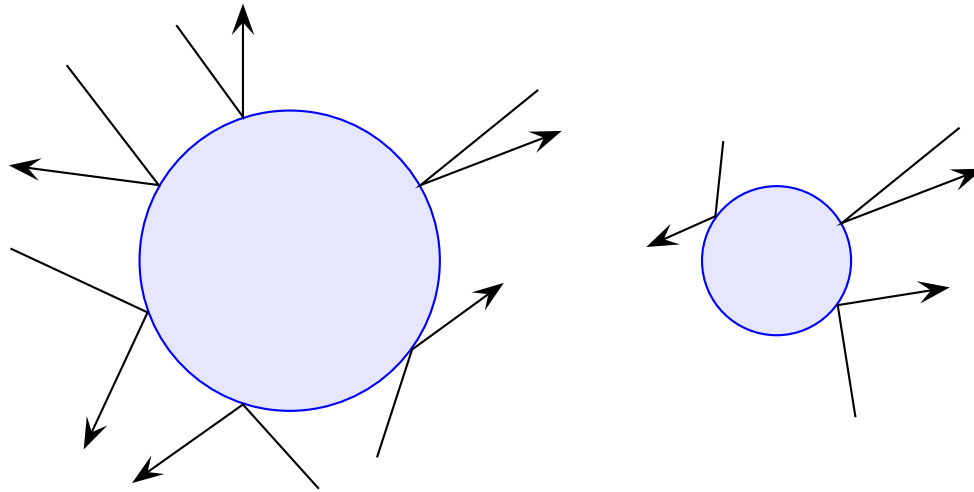


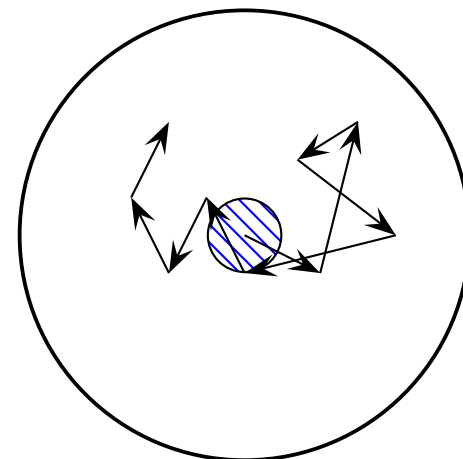
Brownovo gibanje



Sva tijela izložena su neprestanom *bombardiranju* molekula plina.

- ▷ Promatramo li učinak tih sudara na veliko tijelo (kuglu) nalazimo da je on **u svakom trenutku** uravnotežen. U svakom trenutku jednak broj čestica udara s jedne i s druge strane tijela. Ukupna sila na tijelo jednaka je nuli.
- ▷ U slučaju malih tijela, ukupna sila **nije uravnotežena**. Efekti sudara s jedne strane tijeka nadvladaju efekte sudara s druge strane. Uravnoteženost postoji samo ako sudari promatraju usrednjeno preko nekog vremenskog intervala.

- ▷ Promatramo li kratke vremenske intervale, na malo tijelo djeluje efektivna sila (ukupna sila svih čestica koje udaraju tijelo u tom vremenskom intervalu) koja mijenja smjer djelovanja i jačinu.
- ▷ Silu koja mijenja smjer i iznos (jačinu) djelovanja zovemo **nasumičnom silom** (*eng. random force*).
- ▷ Pojavu nasumične sile na mala tijela prvi put je uočio R Brown 1827. god. (botaničar) promatrajući gibanje čestica cvjetnog praha u vodi.
- ▷ On je našao da čestice cvjetnog praha iz nepoznatih razloga mijenjaju smjer i brzinu gibanja.



- ▷ Pojavu Brownovog gibanja objasnili su tek 1905. godine A. Einstein i M. Smoluchowski (nezavisno): Brownovo gibanje rezultat je djelovanja nasumičnih sila molekula vode.
- ▷ Djelovanje okolnih molekula (plin, voda, ...) na česticu je dvojako:
 - zbog neuravnoteženog udaranja pojavljuje se nasumična sila koja dovodi do gibanja čestice
 - ali također pojavljuje se sila trenja (gušenja) jer gibajuća čestica preko sudara prenosi dio kinetičke energije nazad na molekule.
- ▷ Brownovo gibanje je univerzalna pojava do koje dolazi uvijek kada imamo česticu manjih dimenzija koja se nalazi u kontaktu s nekim termodinamičkim sustavom i putem kojeg se može prenesti kinetička energija.
- ▷ Nasumična sila postoji i za veća tijela, ali je ona zbog bolje uravnoteženosti sudara manja, te zbog veće mase tijela njen efekt je manji.

Konačni efekt djelovanja nasumičnih sila da se čestica **nasumično** giba te je ukupni pređeni put od početnog položaja proporcionalan \sqrt{t} , gdje je t vrijeme promatranja.

Vrlo jednostavni model gibanja Brownove čestice:

- ▷ Vremenski interval između promjene smjera gibanja čestice je Δt .
- ▷ Za vrijeme vremenskog intervala Δt čestica se giba po iznosu uvijek istom brzinom v_0 (ne po smjeru).
- ▷ Ovdje smo napravili ove pogreške:
 - vremenski intervali između promjene smjera gibanja čestice nisu isti
 - a niti brzina gibanja nije ista.

1. $t = 0,$

položaj čestica $\vec{R} = \vec{R}_0 = 0$

brzina čestice \vec{v}_1 , pri čemu je $|\vec{v}_1| = v_0$

2. $t = \Delta t$

položaj čestica $\vec{R} = \vec{R}_1 = \vec{v}_1 \cdot \Delta t,$

brzina čestice \vec{v}_2 pri čemu je $|\vec{v}_2| = v_0$

3. $t = 2\Delta t$

položaj čestica $\vec{R} = \vec{R}_2 = \vec{v}_2 \cdot \Delta t + \vec{v}_1 \cdot \Delta t,$

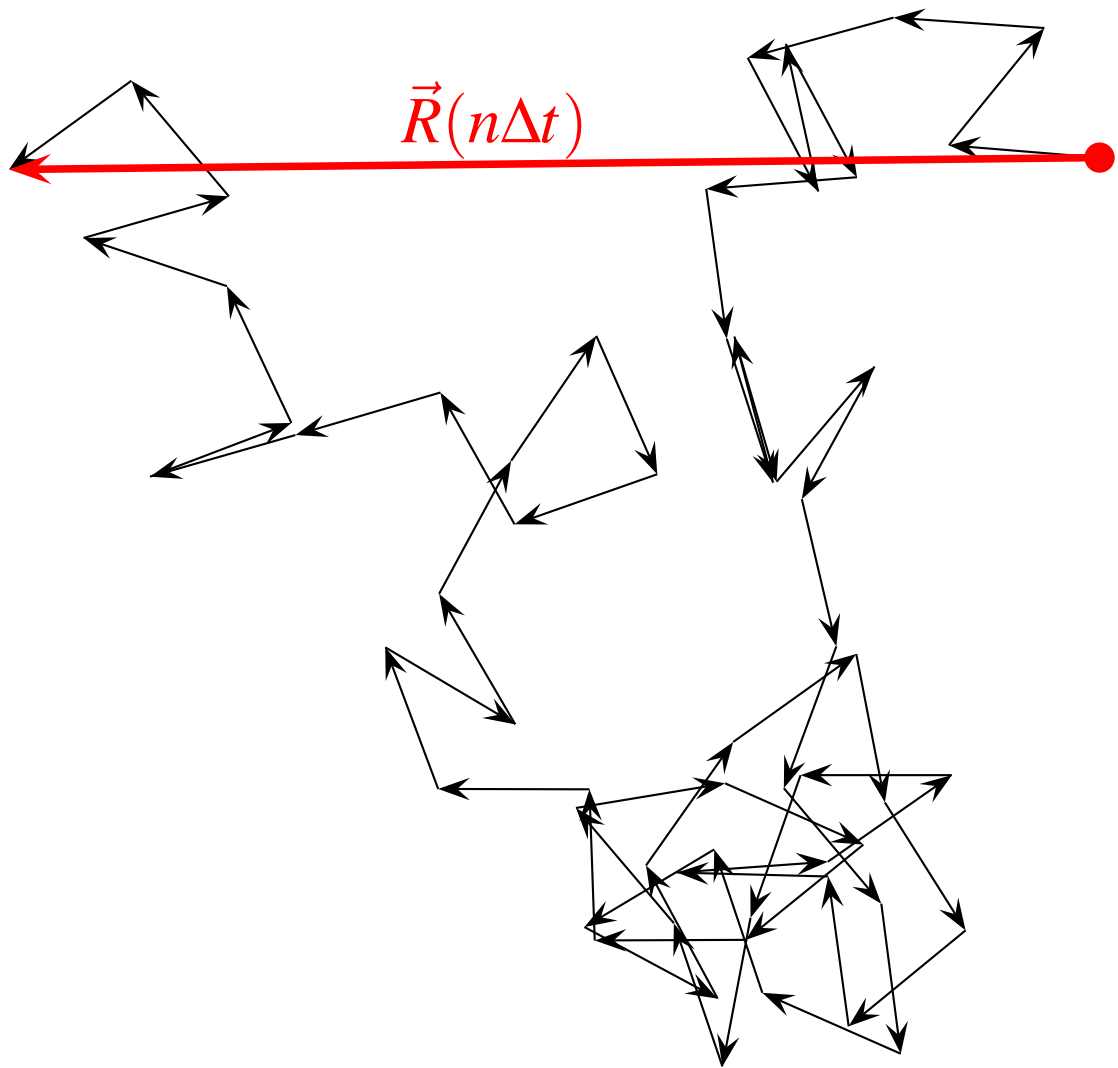
brzina čestice \vec{v}_3 pri čemu je $|\vec{v}_3| = v_0$

4. ...

5. $t = n \Delta t$

položaj čestica $\vec{R} = \vec{R}_n = (\sum_n \vec{v}_n) \cdot \Delta t,$

brzina čestice \vec{v}_{n+1} pri čemu je $|\vec{v}_{n+1}| = v_0$



Općenito položaj čestice nakon n vremenskih intervala Δt je:

$$\vec{R}(n \Delta t) = \left(\sum_n \vec{v}_n \right) \cdot \Delta t.$$

Put koji je čestica prošla između unutar i -tog vremenskog intervala je:

$$\Delta \vec{r}_i = \vec{v}_i \cdot \Delta t.$$

Ukupni put je zbroj svih vektora pomaka.

Kvadrat ukupnog pređenog puta:

$$\begin{aligned} |\vec{R}(n \Delta t)|^2 &= \Delta t^2 \cdot \left| \sum_n \vec{v}_n \right|^2 = \Delta t^2 \cdot \left(\sum_n \underbrace{|\vec{v}_n|^2}_{v_0^2} + 2 \underbrace{\sum_{n \neq m} \vec{v}_n \cdot \vec{v}_m}_{\equiv 0} \right) \\ &= \Delta t^2 \cdot n \cdot v_0^2 = n \cdot d^2 \quad (d = v_0 \cdot \Delta t) \end{aligned}$$

Srednji ukupni put koji čestica pređe u intervalu vremena τ je:

$$\overline{R^2}(\tau) = \frac{\tau}{\underbrace{\Delta t}_{=n}} \cdot d^2 = C \cdot \tau$$

odnosno

$$\sqrt{\overline{R^2}(\tau)} \sim \sqrt{\tau}.$$

Kod inercijalnog gibanja pređeni put je proporcionalan vremenu:

$$R_{inerc}(\tau) = v \cdot \tau$$

Čemu je konstanta C jednaka ?

▷ Vidjeli smo da je:

$$C \sim v_0^2 \quad \Rightarrow \quad C \sim k_B T$$

▷ C ovisi o dimenziji čestice, te je to veći što je čestica manja:

$$C \sim \frac{1}{R_0} \quad (R_0 = \text{radijus čestice})$$

▷ Općenito:

$$\overline{R^2} = \gamma \frac{k_B T}{R_0} \tau$$

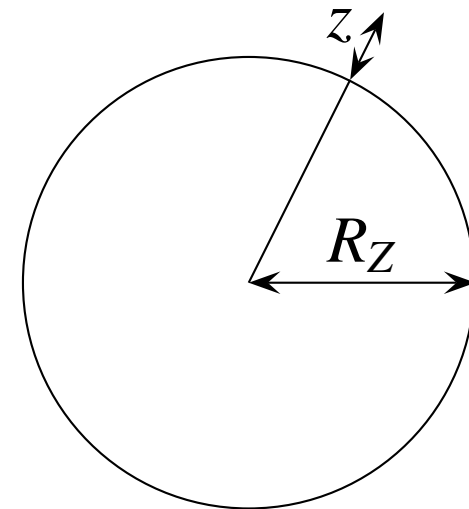
- ▷ Konstanta γ je obrnuto proporcionalna koeficijentu viskoznosti.
- ▷ Godine 1909. J. Perrin napravio je mjerenja Brownovog gibanja te je potvrdio ispravnost formule. Iz konstante γ uspio je odrediti vrijednost Boltzmannove konstante k_B .
- ▷ Više o njegovim mjerenjima se može naći na web-adresi:

<http://www.nobel.se/physics/laureates/1926/perrin-lecture.html>

Molekule u gravitacijskom polju

- ▷ Maxwellova raspodjela vrijedi za čestice koje nisu izložene djelovanju vanjskih sila.
- ▷ Ako na čestice djeluju vanjske sile, tada treba koristiti Boltzmannovu raspodjelu.
- ▷ Potencijalna energija čestica u gravitacijskom polju:

$$\begin{aligned} E_p &= -G \frac{M_Z m}{|R_Z + z|} \\ &\approx -G \frac{M_Z m}{R_Z} + G \frac{M_Z m}{R_Z^2} z \dots \\ &= \textit{konst.} + m g z \end{aligned}$$



▷ Ukupna energija čestice:

$$E = \frac{m v^2}{2} + m g z$$

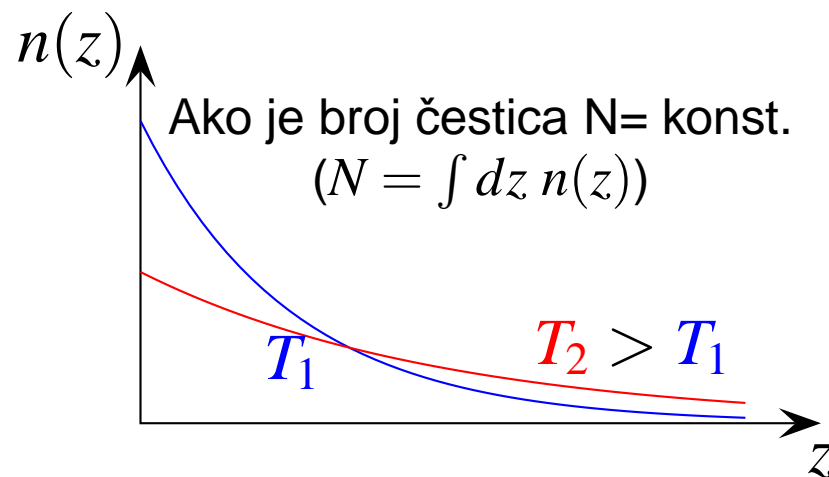
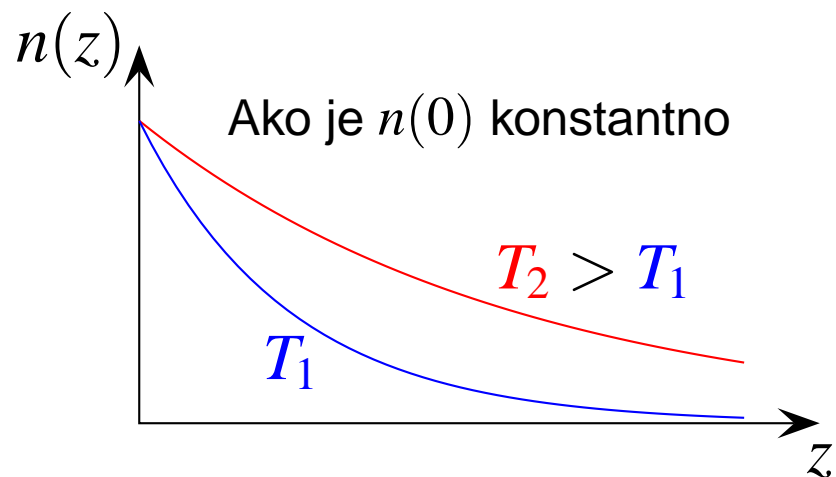
▷ Funkcija raspodjele

$$dw(x, y, z, v_x, v_y, v_z) \sim e^{-\beta E} dx dy dz dp_x dp_y dp_z$$

▷ Broj čestica:

$$\begin{aligned} N &= C \int dx dy dz dp_x dp_y dp_z e^{-\beta(E_k + E_p)} \\ &= C \int dz e^{-\beta mgz} \underbrace{\int dx dy dp_x dp_y dp_z e^{-\beta E_k}}_{= konst} \\ &= \int dz C' e^{-\beta mgz} = \int dz n(z) \end{aligned}$$

$n(z)$ je funkcija raspodjele čestica po visini z .



▷ Funkcija raspodjele po visini je:

$$n(z) = \underbrace{n(0)}_{C'} \cdot \exp\left(-\frac{m g z}{k_B T}\right)$$

- ▷ Gustoća, $n(z)$, ekponencijalno opada s porastom visine z .
- ▷ Što je temperatura veća brzina opadanja s visinom je manja.
- ▷ Što je masa čestica veća brzina opadanja je veća.

- ▷ Tlak je proporcionalan gustoći čestica:

$$p = \frac{N}{V} k_B T = n k_B T \quad (\text{jednadžba stanja})$$

iz čega se dobiva:

$$p(z) = p(0) \cdot e^{-\beta mgz} \quad (\text{barometarska formula})$$

- ▷ Barometarska formula vrijedi samo ako se temperatura ne mijenja s visinom. U prirodi temperatura obično opada s visinom.
- ▷ Promjena tlaka za različite plinove:

$$\begin{aligned} p(z = 126 \text{ km}) &= p(0) e^{-1} \quad \text{za H}_2 \text{ (vodik)} \\ p(z = 7,9 \text{ km}) &= p(0) e^{-1} \quad \text{za O}_2 \text{ (kisik)} \end{aligned}$$

U visokim dijelovima atmosfere preovladavaju *lagani* plinovi, a u donjim dijelovima *teški*.

Perrin je 1909. eksperimentalno provjeravao brometarsku formulu:

- ▷ Promatrao promjenu gustoće emulzije mastika (peludni prah tropske biljke) i vode.
- ▷ Radijusi kuglica peludnog praha bili su $\sim 10^{-5}$ cm, a masa im je bila oko $\sim 10^8 \cdot m_{H_2}$ (molekule vodika).
- ▷ Promjena gustoće s visinom je:

$$n(z = 0, 126 \text{ cm}) = n(0) e^{-1} \quad \text{za } T=300 \text{ K}$$

▷ Mjereći

- masu kuglica (iz radijusa i relativne gustoće prema tekućini)
- promjenu koncentracije s visinom (koristeći mikroskop i brojeći čestice)

odredio je Boltzmannovu konstantu k_B . Iz Boltzmannove konstante i plinske konstante R , odredio je N_A Avogadrovu konstantu.

Zakon jednake raspodjele energija

- ▷ Prosječna vrijednost kvadrata brzine (iz Boltzmannove raspodjele):

$$\overline{v_x^2} = \frac{\int d\Phi v_x^2 e^{-\beta E}}{\int d\Phi e^{-\beta E}} = \frac{\int dv_x v_x^2 \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2k_B T}\right)}{\int dv_x \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2k_B T}\right)} = \frac{k_B T}{m}$$

- ▷ Isti rezultat dobivamo i za y i z komponentu brzine. Općenito:

$$\frac{\overline{m v_x^2}}{2} = \frac{\overline{m v_y^2}}{2} = \frac{\overline{m v_z^2}}{2} = \frac{k_B T}{2}$$

- ▷ Prosječni dio kinetičke energije svakog stupnja slobode gibanja:

$$\overline{E_k}(\text{stupanj slobode}) = \frac{k_B T}{2}$$

Isti ili sličan rezultat dobiva se i za ostale vrste gibanja (stupnjeve slobode). Npr. slučaj rotacije krutog tijela:

▷ Energija:

$$E(\text{rotacija}) = \frac{1}{2} (I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2)$$

▷ Fazni prostor stanja treba proširiti s rotacijskim stupnjevima slobode:

$$d\Phi = dx dy dz dp_x dp_y dp_z \underbrace{d\theta_x d\omega_x d\theta_y d\omega_y d\theta_z d\omega_z}_{\text{rotacijski stupnjevi slob.}}$$

▷ Proračun srednje energije:

$$\frac{\overline{I_x \omega_x^2}}{2} = \frac{\int d\Phi \frac{I_x \omega_x^2}{2} e^{-\beta E}}{\int d\Phi e^{-\beta E}} = \frac{I_x}{2} \frac{\int d\omega_x \omega_x^2 e^{-\frac{\beta I_x \omega_x^2}{2}}}{\int d\omega_x e^{-\frac{\beta I_x \omega_x^2}{2}}} = \frac{k_B T}{2}$$

▷ Analogno:

$$\frac{\overline{I_y \omega_y^2}}{2} = \frac{\overline{I_z \omega_z^2}}{2} = \frac{k_B T}{2}$$

▷ Prosječna kinetička energija (energija rotacije) ne ovisi o čestici, njenoj masi ili veličini (momentu inercije). Za sve je ista i jednaka:

$$\frac{k_B T}{2}$$

▷ Ako neko tijelo ima f stupnjeva slobode, tada je

$$\overline{E} = f \frac{k_B T}{2}$$

Napomena: Zakon jednake raspodjele energija vrijedi samo za područje temperatura gdje vrijedi klasična statistička fizika.

Daltonov zakon

- ▷ Ako u nekoj posudi imamo **smjesu** raznih plinova, oni se svi nalaze u termodinamičkoj ravnoteži na temperaturi T .
- ▷ Za idealni plin vrijedi:

$$p V = \frac{2}{3} \underbrace{U}_{\text{kinetička energija}}$$

- ▷ Pri tome je:

$$U = N_1 \overline{E}_1 + N_2 \overline{E}_2 + \dots = (N_1 + N_2 + \dots) \frac{3k_B T}{2}$$

- ▷ Pa se dobiva jednačbe stanja idealnog plina:

$$p V = (N_1 + N_2 + \dots) k_B T$$

- ▷ Ako bi se u posudi nalazila samo jedna vrsta plina (sastojak smjese), tada bi vrijedilo:

$$p_i V = N_i k_B T$$

p_i je parcijalni tlak koji dolazi samo od jedne komponente smjese.

- ▷ Vidimo da je ukupni tlak smjese plinova jednak zbroju parcijalnih tlakova pojedinih komponenti:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 \dots = \frac{N_1 + N_2 + \dots}{V} k_B T$$

(John Dalton 1809.)

Linearni harmonički oscilator

Želimo izračunati prosječnu energiju linearnog harmoničkog oscilatora.

▷ Hamiltonijan (energija) je dan izrazom:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2}$$

▷ Srednju vrijednost računamo koristeći Boltzmannovu raspodjelu:

$$\overline{E} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dp \int_{-\infty}^{+\infty} dq \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} \right) e^{-\beta \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} \right)}}{\int_{-\infty}^{+\infty} dp \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-\beta \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} \right)}} = \overline{E}_k + \overline{E}_p$$

▷ Prosječna kinetička energija:

$$\begin{aligned}
 \overline{E_k} &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dp \int_{-\infty}^{+\infty} dq \frac{p^2}{2m} e^{-\beta \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} \right)}}{\int_{-\infty}^{+\infty} dp \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-\beta \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} \right)}} \\
 &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dp \frac{p^2}{2m} e^{-\beta \frac{p^2}{2m}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-\beta \frac{m\omega^2 q^2}{2}}}{\int_{-\infty}^{+\infty} dp e^{-\beta \frac{p^2}{2m}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-\beta \frac{m\omega^2 q^2}{2}}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dp \frac{p^2}{2m} e^{-\beta \frac{p^2}{2m}}}{\int_{-\infty}^{+\infty} dp e^{-\beta \frac{p^2}{2m}}} \\
 &= \frac{1}{\beta} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} du u^2 e^{-u^2}}{\int_{-\infty}^{+\infty} du e^{-u^2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ uvedena je zamjena} \\ u^2 = \beta \frac{p^2}{2m} \end{array} \right\} \\
 &= \frac{k_B T}{2}
 \end{aligned}$$

▷ Prosječna potencijalna energija:

$$\begin{aligned}
 \overline{E_p} &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dp \int_{-\infty}^{+\infty} dq \frac{m\omega^2 q^2}{2} e^{-\beta \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} \right)}}{\int_{-\infty}^{+\infty} dp \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-\beta \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} \right)}} \\
 &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dp e^{-\beta \frac{p^2}{2m}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dq \frac{m\omega^2 q^2}{2} e^{-\beta \frac{m\omega^2 q^2}{2}}}{\int_{-\infty}^{+\infty} dp e^{-\beta \frac{p^2}{2m}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-\beta \frac{m\omega^2 q^2}{2}}} \\
 &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dq \frac{m\omega^2 q^2}{2} e^{-\beta \frac{m\omega^2 q^2}{2}}}{\int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-\beta \frac{m\omega^2 q^2}{2}}} = \frac{1}{\beta} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} du u^2 e^{-u^2}}{\int_{-\infty}^{+\infty} du e^{-u^2}} = \frac{k_B T}{2}
 \end{aligned}$$

gdje je uvedena je zamjena $u^2 = \beta \frac{m\omega^2 q^2}{2}$

▷ Ukupna prosječna energija harmoničkog oscilatora je:

$$\overline{E}_{HO} = k_B T$$

▷ Prosječna energija

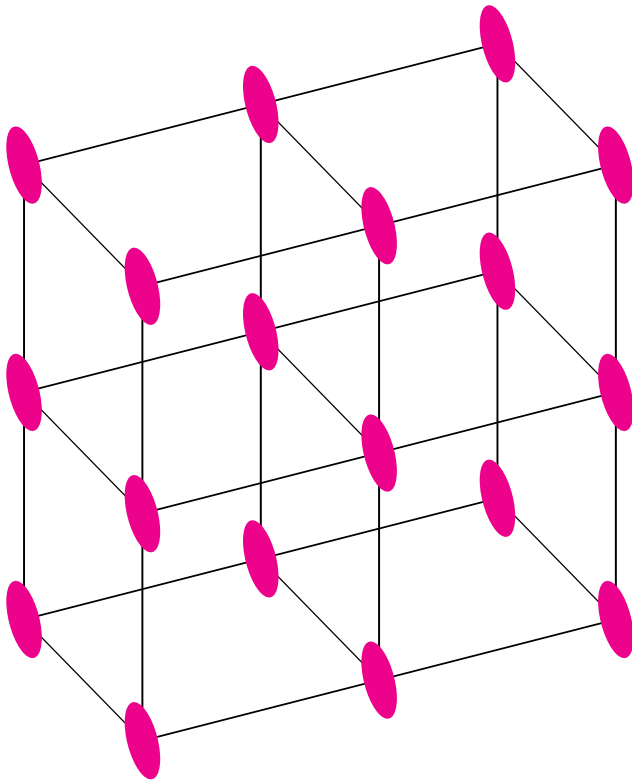
- ne ovisi o masi
- a ne ovisi ni o frekvenciji

harmoničkog oscilatora.

Napomena: Ovaj je rezultat dobar samo za područje temperatura gdje vrijedi klasična statistička fizika.

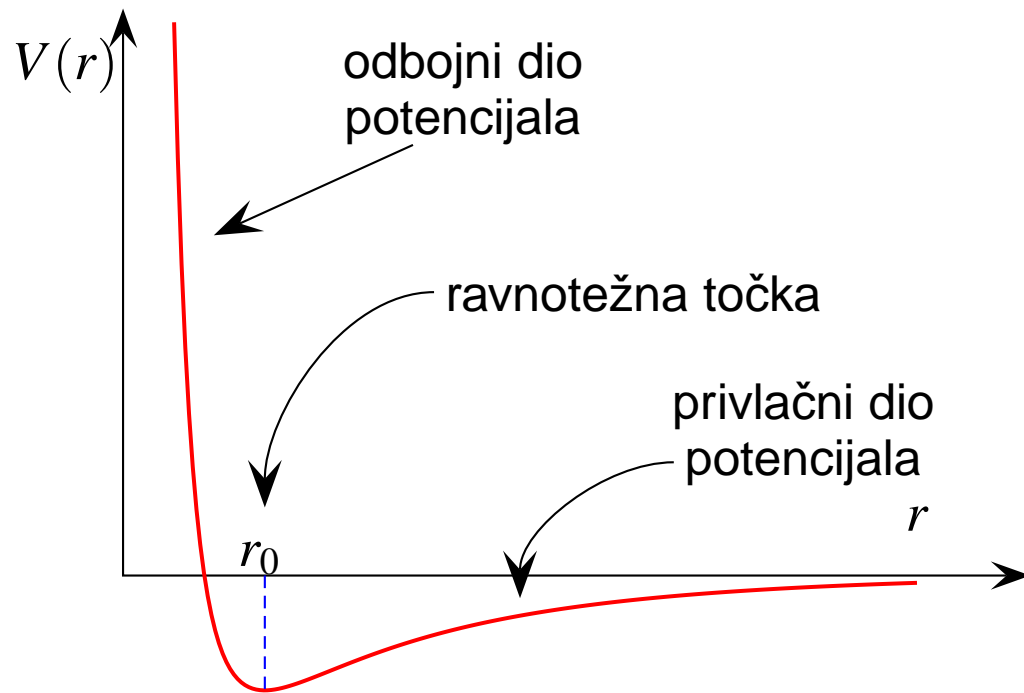
Toplinski kapacitet kristalne rešetke

- ▷ Većina krutih tijela ima kristalnu mikroskopsku strukturu. Izuzetak su plastične mase, staklo te ostala amorfno građena tijela.
- ▷ U kristalima atomi su uređeni u pravilnu trodimenzionalnu mrežu koju zovemo **kristalna rešetka**.



Čestice raspoređene u pravilnu kristalnu rešetku nalaze se u stanju u kojem je ukupna energija najniža (osnovno stanje). Amorfna struktura i nepravilni raspored čestica imaju višu ukupnu energiju.

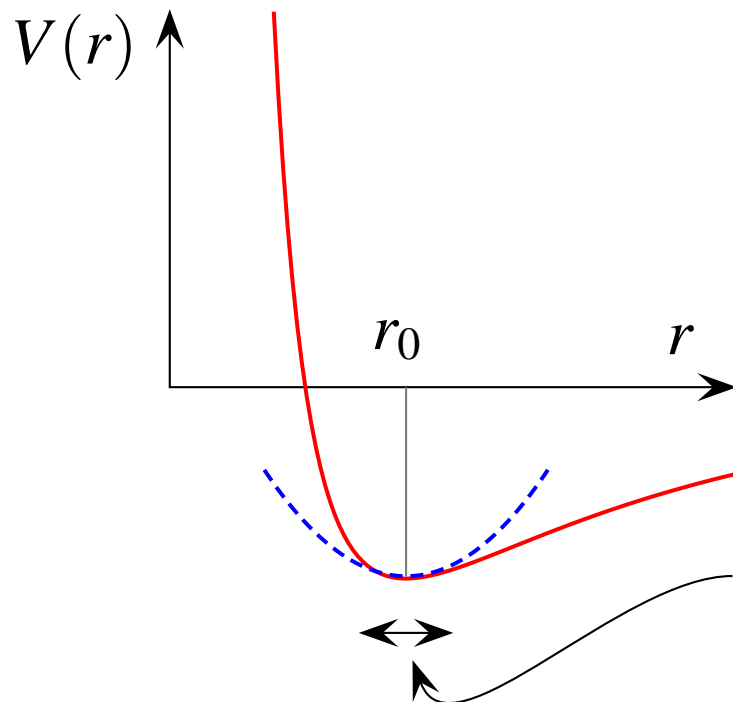
- ▷ Atomi u kristalnoj rešetki nisu nepomični, nego se mogu micati (titrati) oko svog srednjeg položaja u kristalnoj rešetki.
- ▷ Sile među atomima u kristalu su na većim udaljenostima privlačne, a na kraćim udaljenostima odbojne.



Postoji ravnotežna točka r_0 kada je potencijalna energija minimalna. To je približno i udaljenost među atomima u kristalnoj rešetki.

- ▷ Na niskim temperaturama (na kojima kristali postoje) atomi se gibaju oko dna potencijalne energije, tj. oko točke r_0 .
- ▷ U tom području se potencijalna energija može razviti u Taylorov razvoj:

$$V(r) \approx V(r_0) + \underbrace{\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)(r_0)}_{\equiv 0} \cdot (r - r_0) + \underbrace{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}\right)(r_0)}_{\text{harmonički potencijal}} \cdot (r - r_0)^2 + \dots$$



Plava linija prestavlja probližnu potencijalnu energiju koja vrijedi samo ako je udaljenost r probližno r_0 .

područje valjanosti aproksimacije

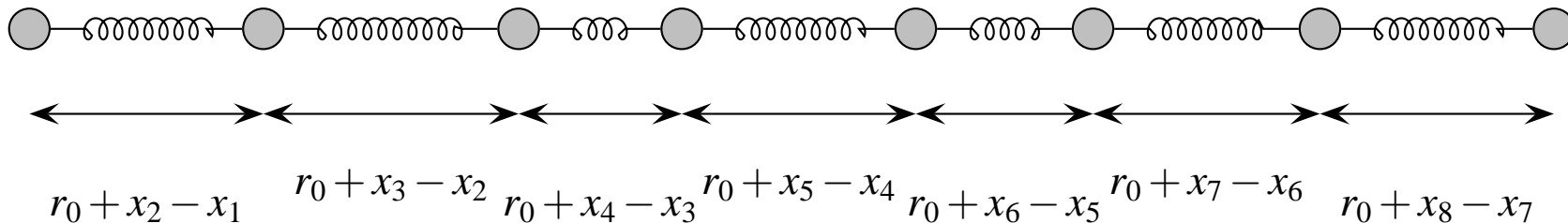
▷ Energiju međudjelovanja atoma:

$$\begin{aligned}
 E_p &= V(x_1 - x_2) + V(x_2 - x_3) + V(x_3 - x_4) + V(x_4 - x_5) \dots \\
 &= konst. + \frac{K}{2} (x_1 - x_2 - r_0)^2 + \frac{K}{2} (x_2 - x_3 - r_0)^2 + \dots
 \end{aligned}$$

gdje je

$$K = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} \right) (r_0)$$

▷ Kristal prikazujemo kao niz atoma povezanih elastičnim oprugama.



▷ Prema tome:

Kristal \equiv niz vezanih opruga ili harmoničkih oscilatora

▷ U trodimenzionalnom kristalu radi se o $3N$ harmoničkih oscilatora, gdje je N broj atoma u kristalnoj rešetci. Faktor 3 dolazi od tri moguća smjera titranja, u x , y i z -smjeru.

▷ Prosječna energija kristala:

$$U = 3 \cdot N \cdot \bar{E}_{HO} = 3 \cdot N \cdot k_B T$$

▷ Toplinski kapacitet:

$$C_V = 3 N k_B \quad \text{ili} \quad C_V(1 \text{ mol}) = 3 N_A k_B = 3 R$$

Kristal	C_V (R)
Al	2,9
Ag	3,1
Au	3,2
Cu	3,0
Fe	3,1
Hg	2,9
Ni	3,1
Pb	3,2
Pt	2,8
Zn	3,1
W	3,1
C	0,7

Godine 1819 P.L. Dulong & A.T. Petit mjerili su toplinski kapacitet niza kristala na sobnoj temperaturi. Rezultati su prokazani u tablici. Općenito vrijedi da je:

$$C_V \approx 3 R$$

u skladu s rezultatom koji smo našli. Ali postoje i izuzetci (dijamant).

Delong-Petitov zakon nije u skladu s 3. zakonom termodinamike, koji kaže da:

$$C_V(T \rightarrow 0) \rightarrow 0$$

Mjerenja toplinskog kapaciteta na niskim temperaturama pokazuju da Delong-Petitov zakon ne vrijedi, nego se dobiva rezultat koji jest u skladu s 3. zakonom termodinamike.

Toplinski kapacitet idalnog plina

jednoatomni plin

U slučaju jednoatomnih molekula jedini stupnjevi slobode se translacijsko gibanje, pa je

$$U(1 \text{ mol}) = N_A \bar{E} = N_A \frac{3k_B T}{2}$$

Slijedi da je:

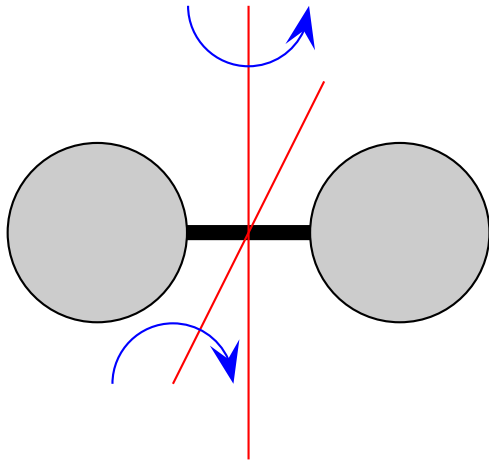
$$C_V = \frac{3}{2} R$$

$$C_p = C_V + R = \frac{5}{2} R$$

Također

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V} = 1,67$$

dvoatomne molekule



U slučaju dvoatomnih molekula potrebno je uzeti u obzir i rotacijske stupnjeve slobode

Prosječna energija:

$$\bar{E} = \frac{3}{2} k_B T + \underbrace{2 \cdot \frac{1}{2} k_B T}_{\substack{2 \text{ rotacijska} \\ \text{stupnja slobode}}}$$

Unutrašnja enetgija:

$$U(1 \text{ mol}) = \frac{5}{2} RT$$

Toplinski kapacitet:

$$\left. \begin{aligned} C_V &= \frac{5}{2} R \\ C_p &= \frac{7}{2} R \end{aligned} \right\} \kappa = \frac{7}{5} = 1,4$$

Plin	C_V (R)	C_p (R)	C_p/C_V
He	1,54	2,51	1,63
Ar	1,53	2,52	1,65
H ₂	2,46	3,46	1,41
HCl	2,54	3,56	1,40
O ₂	2,53	3,53	1,39
CO	2,53	3,52	1,39
NO	2,51	3,51	1,40
N ₂	2,45	3,46	1,40
Cl ₂	3,02	4,11	1,36

Eksperimentalna opažanja toplinskog kapaciteta za jednoatomne i dvoatome molekule na sobnoj temperaturi.

(mjerena su napravljena na sobnoj temperaturi)

višeatomne molekule

Kod višeatomnih molekula potrebno je uzeti u obzir sva tri rotacijska stupnja slobode. Unutrašnja energija:

$$U = 3 R T$$

Toplinski kapacitet:

$$\left. \begin{array}{l} C_V = 3 R \\ C_p = 4 R \end{array} \right\} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{4}{3} = 1,33$$

Plin	C_V (R)	C_p (R)	C_p/C_V
CH ₄	3,27	4,28	1,31
vod. para	3,34	4,35	1,30
CO ₂	3,45	4,49	1,30
NH ₃	3,42	4,42	1,29
C ₂ H ₄	4,04	5,07	1,25

Loše slaganje s merenjima!

(mjerjenja su napravljena na sobnoj temperaturi)

Da bi se objasnila merenja potrebno je uzeti u obzir titranja među atomima u molekuli. Doprinos molekularnih titranja toplinskom kapacitetu obično se **aktivira** na višim temperaturama. Dok je na niskim temperaturama **zamrznut**. Isto vrijedi i za rotacijske stupnjeve slobode.

H ₂				O ₂			
T (K)	C _V (R)	C _p -C _V (R)	C _p /C _V	T (K)	C _V (R)	C _p -C _V (R)	C _p /C _V
50	1,51	1,00	1,66				
100	1,75	1,00	1,57	150	2,50	1,00	1,40
273	2,46	1,00	1,41	273	2,53	1,00	1,39
773	2,56	1,00	1,39	773	3,05	0,99	1,33
1273	2,77	0,99	1,36	1273	3,34	0,98	1,29

3 translacije

3 translacije + 2 rotacije

3 translacije + 2 rotacije + oscilacije