

Vanjski i unutarnji direktni umnožak grupa

Definicija

Neka su $G_1, G_2, \dots, G_n$ grupe. Kartezijev umnožak $G = \times_{i=1}^n G_i$ na kojem je definirana binarna operacija

$$(g_1, g_2, \dots, g_n)(h_1, h_2, \dots, h_n) = (g_1 h_1, g_2 h_2, \dots, g_n h_n)$$

se naziva direktni umnožak grupa $G_1, G_2, \dots, G_n$.

- Neutralni element: $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)$,
- Inverzni element: $(g_1, g_2, \dots, g_n)^{-1} = (g_1^{-1}, g_2^{-1}, \dots, g_n^{-1})$.
- Asociativnost množenja u G se naslijeđuje od asocijativnosti množenja u $G_1, G_2, \dots, G_n$.
- Ako su $G_1, G_2, \dots, G_n$ konačne grupe, onda je

$$|G| = |G_1| \cdot |G_2| \cdots |G_n|.$$

Vanjski i unutarnji direktni umnožak grupa

Definicija

Neka su $G_1, G_2, \dots, G_n$ grupe. Kartezijev umnožak $G = \times_{i=1}^n G_i$ na kojem je definirana binarna operacija

$$(g_1, g_2, \dots, g_n)(h_1, h_2, \dots, h_n) = (g_1 h_1, g_2 h_2, \dots, g_n h_n)$$

se naziva direktni umnožak grupa $G_1, G_2, \dots, G_n$.

- Neutralni element: $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)$,
- Inverzni element: $(g_1, g_2, \dots, g_n)^{-1} = (g_1^{-1}, g_2^{-1}, \dots, g_n^{-1})$.
- Asociativnost množenja u G se naslijeđuje od asocijativnosti množenja u $G_1, G_2, \dots, G_n$.
- Ako su $G_1, G_2, \dots, G_n$ konačne grupe, onda je

$$|G| = |G_1| \cdot |G_2| \cdots |G_n|.$$

Vanjski i unutarnji direktni umnožak grupa

Definicija

Neka su $G_1, G_2, \dots, G_n$ grupe. Kartezijev umnožak $G = \times_{i=1}^n G_i$ na kojem je definirana binarna operacija

$$(g_1, g_2, \dots, g_n)(h_1, h_2, \dots, h_n) = (g_1 h_1, g_2 h_2, \dots, g_n h_n)$$

se naziva direktni umnožak grupa $G_1, G_2, \dots, G_n$.

- Neutralni element: $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)$,
- Inverzni element: $(g_1, g_2, \dots, g_n)^{-1} = (g_1^{-1}, g_2^{-1}, \dots, g_n^{-1})$.
- Asociativnost množenja u G se naslijeđuje od asocijativnosti množenja u $G_1, G_2, \dots, G_n$.
- Ako su $G_1, G_2, \dots, G_n$ konačne grupe, onda je

$$|G| = |G_1| \cdot |G_2| \cdots |G_n|.$$

Definicija

Grupa G je unutarnji direktni umnožak podgrupa $G_1, G_2, \dots, G_n$ ako je $G = G_1 G_2 \dots G_n$ i podgrupe G_i zadovoljavaju uvjete

1 $G_i \triangleleft G,$

2 $G_i \cap (G_1 \dots G_{i-1} G_{i+1} \dots G_n) = \{e\}$

za sve $1 \leq i \leq n$.

Teorem

Ako je $G = G_1 G_2 \dots G_n$ unutarnji direktni umnožak podgrupa $G_1, G_2, \dots, G_n$, onda je $G \simeq G_1 \times G_2 \times \dots \times G_n$.

Definicija

Grupa G je unutarnji direktni umnožak podgrupa $G_1, G_2, \dots, G_n$ ako je $G = G_1 G_2 \dots G_n$ i podgrupe G_i zadovoljavaju uvjete

1 $G_i \triangleleft G,$

2 $G_i \cap (G_1 \dots G_{i-1} G_{i+1} \dots G_n) = \{e\}$

za sve $1 \leq i \leq n$.

Teorem

Ako je $G = G_1 G_2 \dots G_n$ unutarnji direktni umnožak podgrupa $G_1, G_2, \dots, G_n$, onda je $G \simeq G_1 \times G_2 \times \dots \times G_n$.

Definicija

Neka je G grupa i neka je $S \subseteq G$. Podgrupa generirana skupom S , u oznaci $\langle S \rangle$, je najmanja podgrupa od G koja sadrži skup S .

- Ako je $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je grupa G generirana skupom S .
- Ako je S konačan skup i $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je G konačno generirana grupa.
- $\langle S \rangle$ sadrži sve konačne umnoške elemenata iz S i njihovih inverza.
- Ako je $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ konačan skup, onda pišemo

$$\langle S \rangle = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle. \quad (1)$$

Definicija

Neka je G grupa i neka je $S \subseteq G$. Podgrupa generirana skupom S , u oznaci $\langle S \rangle$, je najmanja podgrupa od G koja sadrži skup S .

- Ako je $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je grupa G generirana skupom S .
- Ako je S konačan skup i $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je G konačno generirana grupa.
- $\langle S \rangle$ sadrži sve konačne umnoške elemenata iz S i njihovih inverza.
- Ako je $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ konačan skup, onda pišemo

$$\langle S \rangle = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle. \quad (1)$$

Definicija

Neka je G grupa i neka je $S \subseteq G$. Podgrupa generirana skupom S , u oznaci $\langle S \rangle$, je najmanja podgrupa od G koja sadrži skup S .

- Ako je $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je grupa G generirana skupom S .
- Ako je S konačan skup i $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je G konačno generirana grupa.
- $\langle S \rangle$ sadrži sve konačne umnoške elemenata iz S i njihovih inverza.
- Ako je $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ konačan skup, onda pišemo

$$\langle S \rangle = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle. \quad (1)$$

Definicija

Neka je G grupa i neka je $S \subseteq G$. Podgrupa generirana skupom S , u oznaci $\langle S \rangle$, je najmanja podgrupa od G koja sadrži skup S .

- Ako je $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je grupa G generirana skupom S .
- Ako je S konačan skup i $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je G konačno generirana grupa.
- $\langle S \rangle$ sadrži sve konačne umnoške elemenata iz S i njihovih inverza.
- Ako je $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ konačan skup, onda pišemo

$$\langle S \rangle = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle. \quad (1)$$

Definicija

Neka je G grupa i neka je $S \subseteq G$. Podgrupa generirana skupom S , u oznaci $\langle S \rangle$, je najmanja podgrupa od G koja sadrži skup S .

- Ako je $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je grupa G generirana skupom S .
- Ako je S konačan skup i $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je G konačno generirana grupa.
- $\langle S \rangle$ sadrži sve konačne umnoške elemenata iz S i njihovih inverza.
- Ako je $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ konačan skup, onda pišemo

$$\langle S \rangle = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle. \quad (1)$$

Definicija

Neka je G grupa i neka je $S \subseteq G$. Podgrupa generirana skupom S , u oznaci $\langle S \rangle$, je najmanja podgrupa od G koja sadrži skup S .

- Ako je $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je grupa G generirana skupom S .
- Ako je S konačan skup i $G = \langle S \rangle$, onda kažemo da je G konačno generirana grupa.
- $\langle S \rangle$ sadrži sve konačne umnoške elemenata iz S i njihovih inverza.
- Ako je $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ konačan skup, onda pišemo

$$\langle S \rangle = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle. \quad (1)$$

Propozicija

Neka je G grupa, i neka je $S \subseteq G$. Onda je

$$\langle S \rangle = \left\{ a_1^{\epsilon_1} a_2^{\epsilon_2} \dots a_n^{\epsilon_n} \mid n \geq 1, a_i \in S, \epsilon_i = \pm 1 \right\}.$$

- Elementi a_i nisu nužno različiti.
- Broj elemenata u umnošku je proizvoljan.

Ako je G Abelova grupa i $S = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, onda je

$$\langle S \rangle = \left\{ a_1^{k_1} a_2^{k_2} \dots a_m^{k_m} \mid k_i \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Propozicija

Neka je G grupa, i neka je $S \subseteq G$. Onda je

$$\langle S \rangle = \left\{ a_1^{\epsilon_1} a_2^{\epsilon_2} \dots a_n^{\epsilon_n} \mid n \geq 1, a_i \in S, \epsilon_i = \pm 1 \right\}.$$

- Elementi a_i nisu nužno različiti.
- Broj elemenata u umnošku je proizvoljan.

Ako je G Abelova grupa i $S = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, onda je

$$\langle S \rangle = \left\{ a_1^{k_1} a_2^{k_2} \dots a_m^{k_m} \mid k_i \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Propozicija

Neka je G grupa, i neka je $S \subseteq G$. Onda je

$$\langle S \rangle = \left\{ a_1^{\epsilon_1} a_2^{\epsilon_2} \dots a_n^{\epsilon_n} \mid n \geq 1, a_i \in S, \epsilon_i = \pm 1 \right\}.$$

- Elementi a_i nisu nužno različiti.
- Broj elemenata u umnošku je proizvoljan.

Ako je G Abelova grupa i $S = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, onda je

$$\langle S \rangle = \left\{ a_1^{k_1} a_2^{k_2} \dots a_m^{k_m} \mid k_i \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Primjeri

- 1 Ciklička grupa $G = \{a^k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ je generirana skupom $S = \{a\}$.
- 2 Grupa $(\mathbb{Z}, +)$ je generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.
- 3 Diedralna grupa

$$D_n = \langle R, D \mid R^n = D^2 = 1, RD = DR^{-1} \rangle \quad (2)$$

je generirana skupom $S = \{R, D\}$.

- 4 Ako je $S = \{e\}$, onda je $\langle S \rangle = \{e\}$.
- 5 Ako je $S = G$, onda je $\langle S \rangle = G$.

Primjedba

- Skup koji generira neku grupu općenito nije jedinstven. Na primjer,

$$D_n = \langle R, D \rangle = \langle D_n \rangle. \quad (3)$$

- Svaka konačna grupa G je očito konačno generirana jer možemo uzeti $S = G$. Međutim, obrat ne vrijedi. Npr. $(\mathbb{Z}, +)$ je beskonačna grupa generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.

Primjeri

- 1 Ciklička grupa $G = \{a^k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ je generirana skupom $S = \{a\}$.
- 2 Grupa $(\mathbb{Z}, +)$ je generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.
- 3 Diedralna grupa

$$D_n = \langle R, D \mid R^n = D^2 = 1, RD = DR^{-1} \rangle \quad (2)$$

je generirana skupom $S = \{R, D\}$.

- 4 Ako je $S = \{e\}$, onda je $\langle S \rangle = \{e\}$.
- 5 Ako je $S = G$, onda je $\langle S \rangle = G$.

Primjedba

- Skup koji generira neku grupu općenito nije jedinstven. Na primjer,

$$D_n = \langle R, D \rangle = \langle D_n \rangle. \quad (3)$$

- Svaka konačna grupa G je očito konačno generirana jer možemo uzeti $S = G$. Međutim, obrat ne vrijedi. Npr. $(\mathbb{Z}, +)$ je beskonačna grupa generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.

Primjeri

- 1 Ciklička grupa $G = \{a^k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ je generirana skupom $S = \{a\}$.
- 2 Grupa $(\mathbb{Z}, +)$ je generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.
- 3 Diedralna grupa

$$D_n = \langle R, D \mid R^n = D^2 = 1, RD = DR^{-1} \rangle \quad (2)$$

je generirana skupom $S = \{R, D\}$.

- 4 Ako je $S = \{e\}$, onda je $\langle S \rangle = \{e\}$.
- 5 Ako je $S = G$, onda je $\langle S \rangle = G$.

Primjedba

- Skup koji generira neku grupu općenito nije jedinstven. Na primjer,

$$D_n = \langle R, D \rangle = \langle D_n \rangle. \quad (3)$$

- Svaka konačna grupa G je očito konačno generirana jer možemo uzeti $S = G$. Međutim, obrat ne vrijedi. Npr. $(\mathbb{Z}, +)$ je beskonačna grupa generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.

Primjeri

- 1 Ciklička grupa $G = \{a^k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ je generirana skupom $S = \{a\}$.
- 2 Grupa $(\mathbb{Z}, +)$ je generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.
- 3 Diedralna grupa

$$D_n = \langle R, D \mid R^n = D^2 = 1, RD = DR^{-1} \rangle \quad (2)$$

je generirana skupom $S = \{R, D\}$.

- 4 Ako je $S = \{e\}$, onda je $\langle S \rangle = \{e\}$.
- 5 Ako je $S = G$, onda je $\langle S \rangle = G$.

Primjedba

- Skup koji generira neku grupu općenito nije jedinstven. Na primjer,

$$D_n = \langle R, D \rangle = \langle D_n \rangle. \quad (3)$$

- Svaka konačna grupa G je očito konačno generirana jer možemo uzeti $S = G$. Međutim, obrat ne vrijedi. Npr. $(\mathbb{Z}, +)$ je beskonačna grupa generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.

Primjeri

- 1 Ciklička grupa $G = \{a^k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ je generirana skupom $S = \{a\}$.
- 2 Grupa $(\mathbb{Z}, +)$ je generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.
- 3 Diedralna grupa

$$D_n = \langle R, D \mid R^n = D^2 = 1, RD = DR^{-1} \rangle \quad (2)$$

je generirana skupom $S = \{R, D\}$.

- 4 Ako je $S = \{e\}$, onda je $\langle S \rangle = \{e\}$.
- 5 Ako je $S = G$, onda je $\langle S \rangle = G$.

Primjedba

- Skup koji generira neku grupu općenito nije jedinstven. Na primjer,

$$D_n = \langle R, D \rangle = \langle D_n \rangle. \quad (3)$$

- Svaka konačna grupa G je očito konačno generirana jer možemo uzeti $S = G$. Međutim, obrat ne vrijedi. Npr. $(\mathbb{Z}, +)$ je beskonačna grupa generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.

Primjeri

- 1 Ciklička grupa $G = \{a^k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ je generirana skupom $S = \{a\}$.
- 2 Grupa $(\mathbb{Z}, +)$ je generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.
- 3 Diedralna grupa

$$D_n = \langle R, D \mid R^n = D^2 = 1, RD = DR^{-1} \rangle \quad (2)$$

je generirana skupom $S = \{R, D\}$.

- 4 Ako je $S = \{e\}$, onda je $\langle S \rangle = \{e\}$.
- 5 Ako je $S = G$, onda je $\langle S \rangle = G$.

Primjedba

- Skup koji generira neku grupu općenito nije jedinstven. Na primjer,

$$D_n = \langle R, D \rangle = \langle D_n \rangle. \quad (3)$$

- Svaka konačna grupa G je očito konačno generirana jer možemo uzeti $S = G$. Međutim, obrat ne vrijedi. Npr. $(\mathbb{Z}, +)$ je beskonačna grupa generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.

Primjeri

- 1 Ciklička grupa $G = \{a^k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ je generirana skupom $S = \{a\}$.
- 2 Grupa $(\mathbb{Z}, +)$ je generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.
- 3 Diedralna grupa

$$D_n = \langle R, D \mid R^n = D^2 = 1, RD = DR^{-1} \rangle \quad (2)$$

je generirana skupom $S = \{R, D\}$.

- 4 Ako je $S = \{e\}$, onda je $\langle S \rangle = \{e\}$.
- 5 Ako je $S = G$, onda je $\langle S \rangle = G$.

Primjedba

- Skup koji generira neku grupu općenito nije jedinstven. Na primjer,

$$D_n = \langle R, D \rangle = \langle D_n \rangle. \quad (3)$$

- Svaka konačna grupa G je očito konačno generirana jer možemo uzeti $S = G$. Međutim, obrat ne vrijedi. Npr. $(\mathbb{Z}, +)$ je beskonačna grupa generirana elementom $1 \in \mathbb{Z}$.

Definicija

Direktni umnožak

$$\mathbb{Z}^r = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \cdots \times \mathbb{Z} \quad (r \text{ kopija})$$

naziva se slobodna Abelova grupa ranga r .

Fundamentalni teorem o konačno generiranim Abelovim grupama

Neka je G konačno generirana Abelova grupa. Onda G ima jedinstveni rastav

$$G \simeq \mathbb{Z}^r \times \mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{n_k} \quad (4)$$

gdje $r, n_1, \dots, n_k$ zadovoljavaju sljedeće uvjete:

- 1 $r \geq 0$, $n_i \geq 2$ za svaki i ,
- 2 $n_{i+1} \mid n_i$ za $1 \leq i \leq k-1$.

Definicija

Direktni umnožak

$$\mathbb{Z}^r = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \cdots \times \mathbb{Z} \quad (r \text{ kopija})$$

naziva se slobodna Abelova grupa ranga r .

Fundamentalni teorem o konačno generiranim Abelovim grupama

Neka je G konačno generirana Abelova grupa. Onda G ima jedinstveni rastav

$$G \simeq \mathbb{Z}^r \times \mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{n_k} \quad (4)$$

gdje $r, n_1, \dots, n_k$ zadovoljavaju sljedeće uvjete:

- 1 $r \geq 0$, $n_i \geq 2$ za svaki i ,
- 2 $n_{i+1} \mid n_i$ za $1 \leq i \leq k-1$.

Definicija

Broj $r \geq 0$ se naziva slobodni rang ili Bettijev broj grupe G , a brojevi $n_1, n_2, \dots, n_k$ se nazivaju invarijantni faktori grupe G .

- Izomorfizam

$$G \simeq \mathbb{Z}^r \times \mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{n_k} \quad (5)$$

nazivamo rastav grupe na invarijantne faktore.

- Invarijantni faktori tvore padajući niz

$$n_1 \geq n_2 \geq n_3 \dots \geq n_k.$$

- Ako je Abelova grupa G konačna, onda vrijedi

$$G \simeq \mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{n_k} \quad \text{ i } \quad |G| = n_1 n_2 \dots n_k.$$

Definicija

Broj $r \geq 0$ se naziva slobodni rang ili Bettijev broj grupe G , a brojevi $n_1, n_2, \dots, n_k$ se nazivaju invarijantni faktori grupe G .

■ Izomorfizam

$$G \simeq \mathbb{Z}^r \times \mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{n_k} \quad (5)$$

nazivamo rastav grupe na invarijantne faktore.

■ Invarijantni faktori tvore padajući niz

$$n_1 \geq n_2 \geq n_3 \dots \geq n_k.$$

■ Ako je Abelova grupa G konačna, onda vrijedi

$$G \simeq \mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{n_k} \quad \text{ i } \quad |G| = n_1 n_2 \dots n_k.$$

Definicija

Broj $r \geq 0$ se naziva slobodni rang ili Bettijev broj grupe G , a brojevi $n_1, n_2, \dots, n_k$ se nazivaju invarijantni faktori grupe G .

- Izomorfizam

$$G \simeq \mathbb{Z}^r \times \mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{n_k} \quad (5)$$

nazivamo rastav grupe na invarijantne faktore.

- Invarijantni faktori tvore padajući niz

$$n_1 \geq n_2 \geq n_3 \dots \geq n_k.$$

- Ako je Abelova grupa G konačna, onda vrijedi

$$G \simeq \mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{n_k} \quad \text{ i } \quad |G| = n_1 n_2 \dots n_k.$$

Definicija

Broj $r \geq 0$ se naziva slobodni rang ili Bettijev broj grupe G , a brojevi $n_1, n_2, \dots, n_k$ se nazivaju invarijantni faktori grupe G .

- Izomorfizam

$$G \simeq \mathbb{Z}^r \times \mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{n_k} \quad (5)$$

nazivamo rastav grupe na invarijantne faktore.

- Invarijantni faktori tvore padajući niz

$$n_1 \geq n_2 \geq n_3 \dots \geq n_k.$$

- Ako je Abelova grupa G konačna, onda vrijedi

$$G \simeq \mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{n_k} \quad \text{ i } \quad |G| = n_1 n_2 \dots n_k.$$

Problem klasifikacije konačnih Abelovih grupa

Ako je $|G| = n$, onda je $n = n_1 n_2 \dots n_k$. Potrebno je odrediti sve djelitelje broja n , $n_1, n_2, \dots, n_k$, takve da

- 1 $n_i \geq 2$,
- 2 $n_{i+1} \mid n_i$,
- 3 $n = n_1 n_2 \dots n_k$.

Svaki prosti djelitelj broja n dijeli n_1 !

Korolar

Ako je $n = p_1 p_2 \dots p_s$ umnožak različitih prostih brojeva $p_1, p_2, \dots, p_s$, onda je svaka Abelova grupa reda n izomorfna cikličkoj grupi $\mathbb{Z}_n$.

Problem klasifikacije konačnih Abelovih grupa

Ako je $|G| = n$, onda je $n = n_1 n_2 \dots n_k$. Potrebno je odrediti sve djelitelje broja n , $n_1, n_2, \dots, n_k$, takve da

- 1 $n_i \geq 2$,
- 2 $n_{i+1} \mid n_i$,
- 3 $n = n_1 n_2 \dots n_k$.

Svaki prosti djelitelj broja n dijeli n_1 !

Korolar

Ako je $n = p_1 p_2 \dots p_s$ umnožak različitih prostih brojeva $p_1, p_2, \dots, p_s$, onda je svaka Abelova grupa reda n izomorfna cikličkoj grupi $\mathbb{Z}_n$.

Problem klasifikacije konačnih Abelovih grupa

Ako je $|G| = n$, onda je $n = n_1 n_2 \dots n_k$. Potrebno je odrediti sve djelitelje broja n , $n_1, n_2, \dots, n_k$, takve da

- 1 $n_i \geq 2$,
- 2 $n_{i+1} \mid n_i$,
- 3 $n = n_1 n_2 \dots n_k$.

Svaki prosti djelitelj broja n dijeli n_1 !

Korolar

Ako je $n = p_1 p_2 \dots p_s$ umnožak različitih prostih brojeva $p_1, p_2, \dots, p_s$, onda je svaka Abelova grupa reda n izomorfna cikličkoj grupi $\mathbb{Z}_n$.