

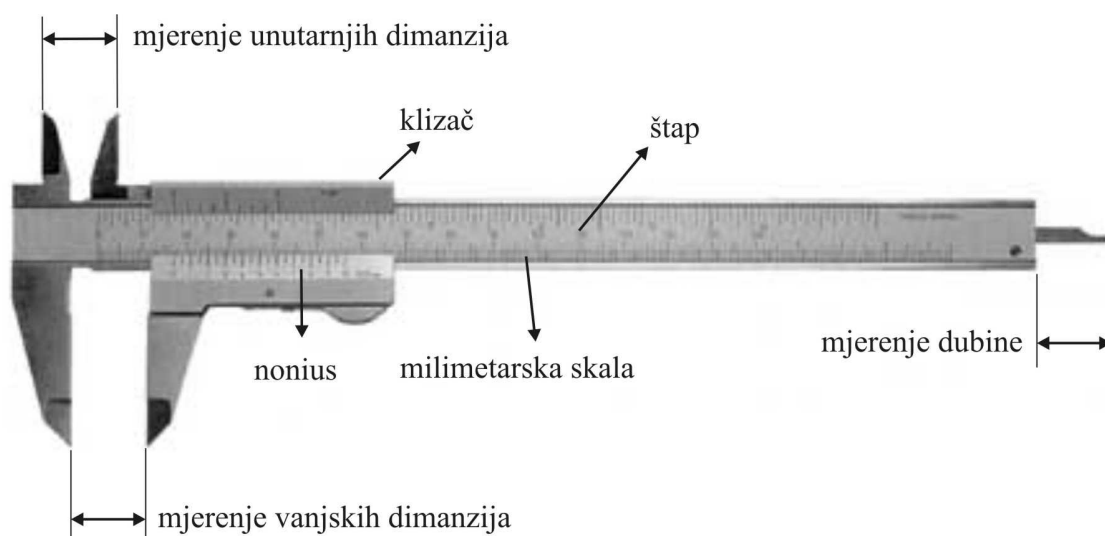
# Vježba 1

## Mjerenje duljine i mase

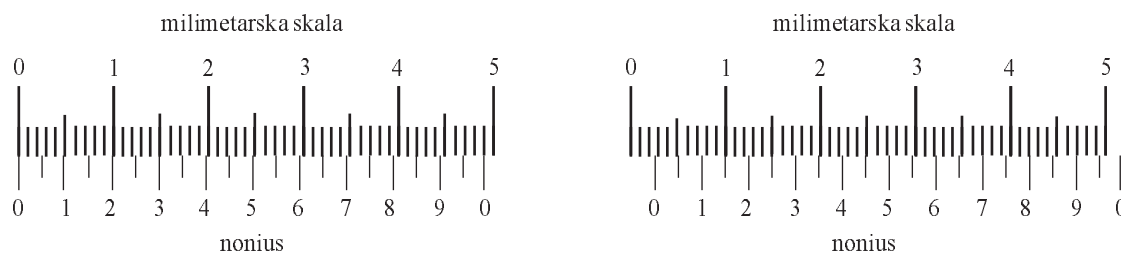
### Uvod

#### Pomična mjerka

Pomičnom mjerkom (slika 1.1) mjerimo dimenzije pravilnih tijela s preciznošću do na dio milimetra. Sastoji se od štapa s upisanim skalama (na donjem dijelu je ucrtana milimetarska, a na gornjem skala u inčima), klizača s noniusom, kra-kova za mjerenje vanjskih dimenzija tijela, šiljaka za mjerenje unutarnjih dimenzija te izbočenja za mjerenje dubine. Radi preciznijeg očitavanja dimenzija, pomična mjerka ima i kočni mehanizam (obično se radi o vijku kojim se klizač pričvrsti za štap).



Slika 1.1: Pomična mjerka s dijelovima.

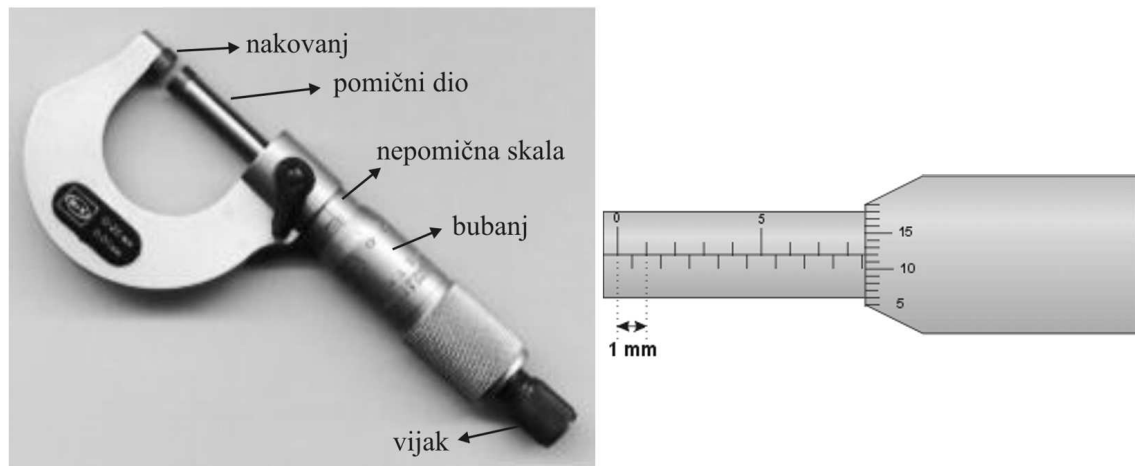


Slika 1.2: Nonius.

Točnost do na dio milimetra postignuta je uporabom noniusa, posebne skale koju je još davne 1542. godine osmislio Portugalac Pedro Nuñez, a do kraja usavršio Francuz Pierre Verneir (zato se nonius ponekad naziva i vernierom). Skala noniusa je podijeljena na deset jednakih dijelova i pomicanjem klizača u krajnje lijevi položaj poklapaju se nulta oznaka na milimetarskoj i skali noniusa (slika 1.2 lijevo). Duljina skale noniusa je za točno 1 milimetar kraća od određene duljine milimetarske skale (na slici 1.2 radi se o duljini od 50 mm). Pomicanjem noniusa desetinku milimetra udesno poklopit će se oznaka 1 noniusa s crticom koja označava 5 mm na milimetarskoj skali. Pomakom klizača  $n/10$  milimetra udesno,  $n$ -ta će se podjela noniusa poklopiti s jednom od podjela na milimetarskoj skali. Želimo li dobiti mjerku preciznosti bolje od desetinke milimetra, skala noniusa se podijeli na više dijelova: noniusom sa slike 1.2, koji je podijeljen na 20 dijelova, moguće je očitati duljine do na  $1/20$  mm = 0,05 mm. Na primjeru sa desnog dijela slike 1.2 ćemo vidjeti kako odrediti duljinu izmjerenu pomičnom mjerkom. Nulta oznaka noniusa se nalazi desno od oznake za 2 puna milimetra. Dakle, izmjerena duljina je 2 cijela milimetra uvećana za dio milimetra određen noniusom, čija se oznaka 7 najbolje poklapa s jednom od oznaka milimetarske skale. Znači, radi se o duljini od 2,7 mm.

### Mikrometarski vijak

Mikrometarskim vijak je prikazan na lijevoj strani slike 1.3. Sastoji se od pomičnog dijela i nakovnja između kojih se stavlja predmet čiju dimenziju želimo izmjeriti. Za razliku od pomične mjerke, u kojoj je dimenzija određena pomicanjem klizača, pomični dio mikrometarskog vijka se pomiče zakretanjem bubnja. Vijak na kojega je bubanj spojen punim se okretom pomakne za 0,5 milimetra. Na desnom dijelu slike 1.3 se vide uvećani bubanj i nepomična skala. Ona je linijama podijeljena na



Slika 1.3: Mikrometarski vijak.

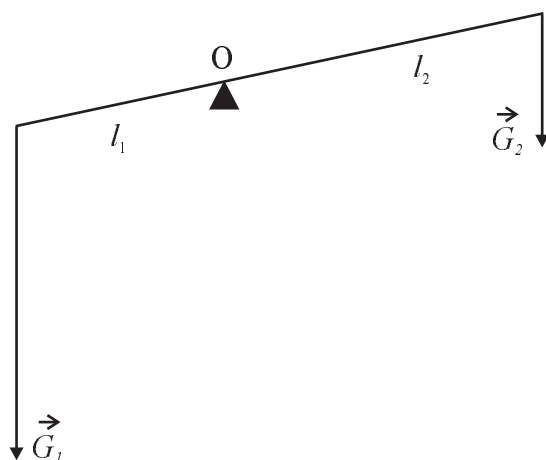
dužine duljine 0,5 mm, a na obodu bubnja se nalazi linearna skala s oznakama od 0 do 50. Na primjeru slike 1.3-desno vidjet ćemo kako se očitava dimenzija mikrometarskim vijkom. Gornje linije označavaju pune milimetre. Okretanjem bubnja za puni krug on se pomakne za pola milimetra te je potrebno na nepomičnoj skali označiti i polovice milimetra. Bubanj sa slike se pomaknuo 8 punih milimetara (očitanih linijama iznad vodoravne), zatim za još polovicu milimetra (jer se vidi i linija ispod vodoravne koja označava 8,5 mm) te za još 12/50 punog okreta bubnja (jer se s vodoravnom linijom nepomične skale poklapa dio bubnja s oznakom 12). To daje:

$$8\text{mm} + 0,5\text{mm} + 12/100\text{mm} = 8,62\text{mm}. \quad (1.1)$$

## Vaga

Vaga je mjerni uređaj za mjerenje mase tijela. Njen se princip rada temelji na jednakosti momenta sila oko neke definirane osi vrtnje. Na slici 1.4 je prikazana poluga s uporištem u točki O, koja je ujedno i os vrtnje. Lijevi krak poluge je duljine  $l_1$  i opterećen je težinom  $\vec{G}_1$ . To, obzirom na os vrtnje O, stvara zakretni moment usmjeren iz ravnine papira koji je jednak

$$\vec{M}_1 = \vec{l}_1 \times \vec{G}_1. \quad (1.2)$$

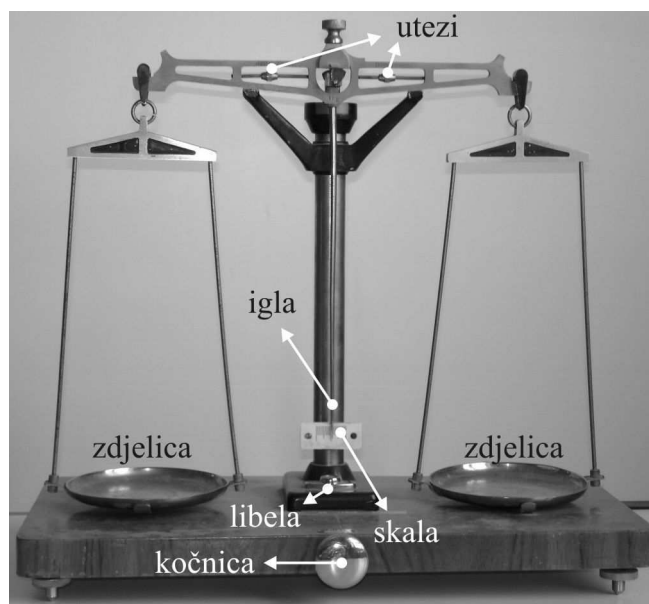


Slika 1.4: Princip rada vage.

Vektor  $\vec{l}_1$  je usmjeren od osi vrtnje O do hvatišta sile  $\vec{G}_1$ . Pošto su vektori  $\vec{l}_1$  i  $\vec{G}_1$  međusobno okomiti, iznos njihovog vektorskog umnoška je jednak  $|\vec{M}_1| = l_1 G_1$ . Moment sile  $\vec{M}_2$ , nastao uslijed djelovanja sile  $\vec{G}_2$  na krak  $l_2$  suprotnog je smjera od smjera vektora momenta sile  $\vec{M}_1$ . U stanju ravnoteže ukupni moment  $\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$  jednak je nuli. U skalarnom obliku ukupni je moment jednak:

$$G_1 l_1 - G_2 l_2 = 0 \quad (1.3)$$

U ravnoteži, kada su krakovi jednake duljine, težine kojima su opterećeni krakovi moraju biti jednake. Pošto je iznos vektora težine jednak umnošku mase i gravitacije, to znači da krakove vage opterećuju jednake mase. Na slici 1.5 je prikazana vaga koja se koristi u Praktikum. Predmet se stavlja na jednu, a utezi na drugu njenu zdjelicu. Prilikom stavljanja utega ili predmeta na zdjelicu, važno je da vaga bude zakočena, odnosno da kočnica bude u krajnje lijevom položaju. Tek nakon što je vaga opterećena smije se otkočiti polaganim zakretanjem kočnice u krajnje desni položaj. Ako su obje zdjelice opterećene jednakim masama, igla pokazuje sredinu skale te je masa predmeta jednaka ukupnoj masi utega. Vaga je točna ukoliko se nalazi u vodoravnom položaju. Za provjeru vodoravnog položaja vage služi libela, a za promjenu nagiba noge s vijcima na kojima je vaga smještena. Prije uporabe (odnosno, opterećenja utezima i predmetom) nužno je provjeriti je li vaga uravnotežena. Zato je neopterećenu vagu potrebno otkočiti i eventualno dovesti u položaj ravnoteže zakretanjem utega smještenih pri njenom vrhu.



Slika 1.5: Vaga.

## Zadaci

1. Pomičnom mjerkom odredite volumene triju zadanih valjaka (alumijskog, bakrenog i čeličnog). Provedite račun pogrešaka.
2. Mikrometarskim vijkom odredite promjere zadanih valjaka. Rezultate usporedite s onima dobivenim pomičnom mjerkom. Provedite račun pogrešaka.
3. Izvažite zadane valjke. Provedite račun pogrešaka.
4. Na temelju izmjerenih volumena i masa odredite gustoće zadanih tijela  $\rho$  (definira se  $\rho = m/V$ ). Usporedite ih s podacima iz literature. Provedite račun pogrešaka.

## Pitanja za razmišljanje

- Komentirajte utjecaj igle na ravnotežu vage.
- Kada poluga sa slike 1.4 može ostati u stanju mirovanja?

## Vježba 2

# Određivanje gustoće tekućina Mohr-Westphalovom vagom

### Teorijski uvod

Gustoća neke tvari je definirana kao omjer njene mase  $m$  i volumena  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (2.1)$$

Gustoća krutnina je veća od gustoće kapljevine<sup>1</sup> i još je veća od gustoće plinova. U ovoj ćemo vježbi proučavati gustoću dobro nam znane kapljevine, vode. Molekule su u tekućinama povezane silom koja je, osim na vrlo malim udaljenostima, privlačna i brzo opada s porastom udaljenosti između molekula.

Temperatura je mjera nasumičnog gibanja molekula u tekućini- niža temperatura odgovara manjim brzinama molekula. Prema kinetičkoj teoriji plinova apsolutna temperatura je srednja kinetička energija nasuminog gibanja molekula. Na relativno niskim temperaturama kinetičku energiju molekula nadvladava energija međumolekularnog vezanja i tekućina kristalizira. Dobro znan primjer kristalizacije kapljevine je prijelaz vode u led. Krutost ledu daju takozvane vodikove veze koje vežu atome vodika i kisika susjednih molekula vode (slika 2.1). Vodikova veza je relativno slaba u odnosu na veze atoma u metalima pa je temperatura taljenja leda puno niža od temperature taljenja metala. Na slici 2.1 se vidi da je raspored molekula vode u ledu takav da ne tvore najgušće moguće pakiranje. Pucanjem vodikovih veza molekule vode se približe što dovodi po povećanja gustoće vode. Svoju najvišu

---

<sup>1</sup>Pod pojmom tekućina se misli na svako tijelo koje poprima oblik posude u kojoj se nalazi. Dijele se na kapljevine (na primjer, voda) i plinove (zrak, primjerice).

vrijednost gustoća vode doseže na temperaturi od  $4^{\circ}\text{C}$ , što se naziva anomalijom vode. Zagrijavanjem vode na temperature više od  $4^{\circ}\text{C}$  gustoća vode se smanjuje zbog povećane kinetičke energije molekula.

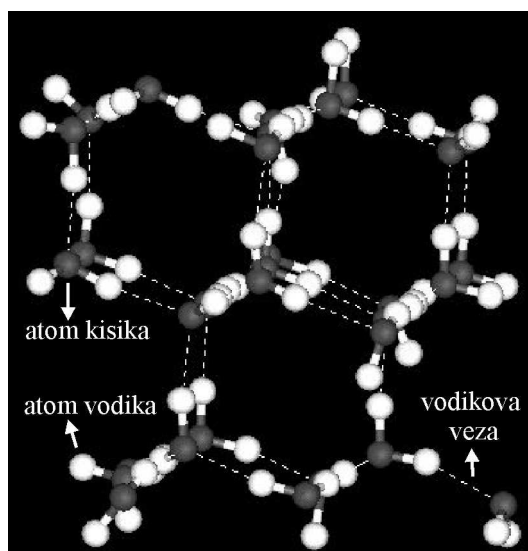
Relativna promjena volumena neke tvari s temperaturom, pri stalnom tlaku, je dana koeficijentom termičkog širenja:

$$\alpha = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} = \left| V = \frac{m}{\rho} \right| - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} \quad (2.2)$$

## Mjerni uređaj i postupak mjerenja

Gustoću tekućina se određuje Mohr-Westphalovom vagom prikazanom na slici 2.2. Sastoji se od poluge na jednom kraju opterećene ronocem - staklenim tijelom volumena  $V = 10 \text{ cm}^3$ . Najprije je Mohr-Westphalovu vagu potrebno uravnotežiti u zraku vješanjem utega o njen dulji krak. Na raspolaganju su tri utega mase  $m_1 = 10 \text{ g}$  te po jedan masa  $m_2 = 1 \text{ g}$ ,  $m_3 = 0,1 \text{ g}$  i  $m_4 = 0,01 \text{ g}$ . Na slici 2.3 je prikazan primjer rasporeda utega u ravnotežnom stanju vage. Momenti težina utega  $\vec{M}_1$  uravnotežuju moment sile protuutega  $\vec{M}_2$  smještenog na kraćem kraku vage:

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{0} \quad (2.3)$$



Slika 2.1: Struktura leda.

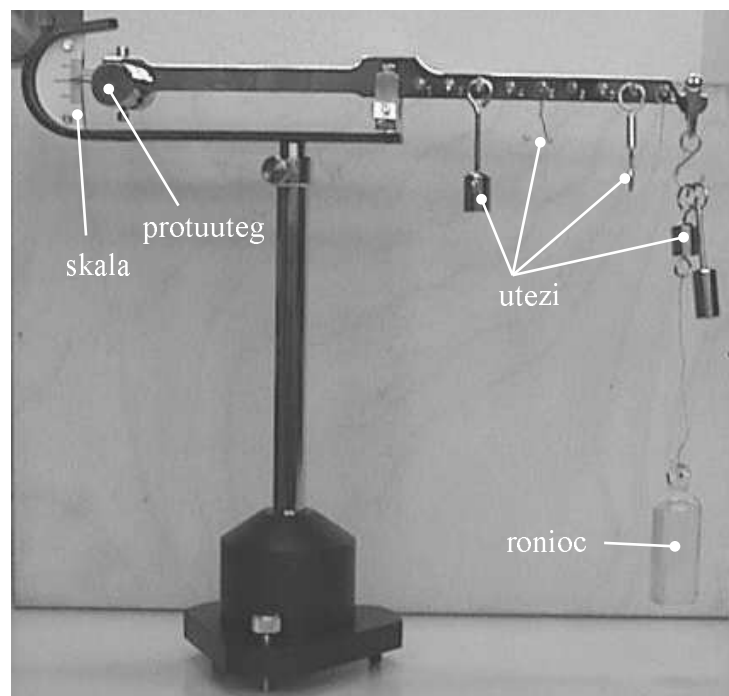
Momenti težina utega su

$$|\vec{M}_1| = \sum_{i=1}^4 m_i g r_i, \quad (2.4)$$

gdje su  $r_i$  krakovi sila težina utega  $m_i$ . Desni dio kraka vage (slika 2.3) je obještima za utege podijeljen na deset jednakih dijelova međusobno udaljenih za  $d$ . Zato se  $r_i$  može napisati kao  $r_i = x_i d$ , gdje je  $x_i$  oznaka obještima o kojega je obješen pojedini uteg, te jednadžba (2.4) postaje

$$|\vec{M}_1| = \sum_{i=1}^4 m_i g x_i d. \quad (2.5)$$

Na primjeru prikazanom na slici 2.3 moment utega je jednak



Slika 2.2: Mohr-Westphalova vaga.

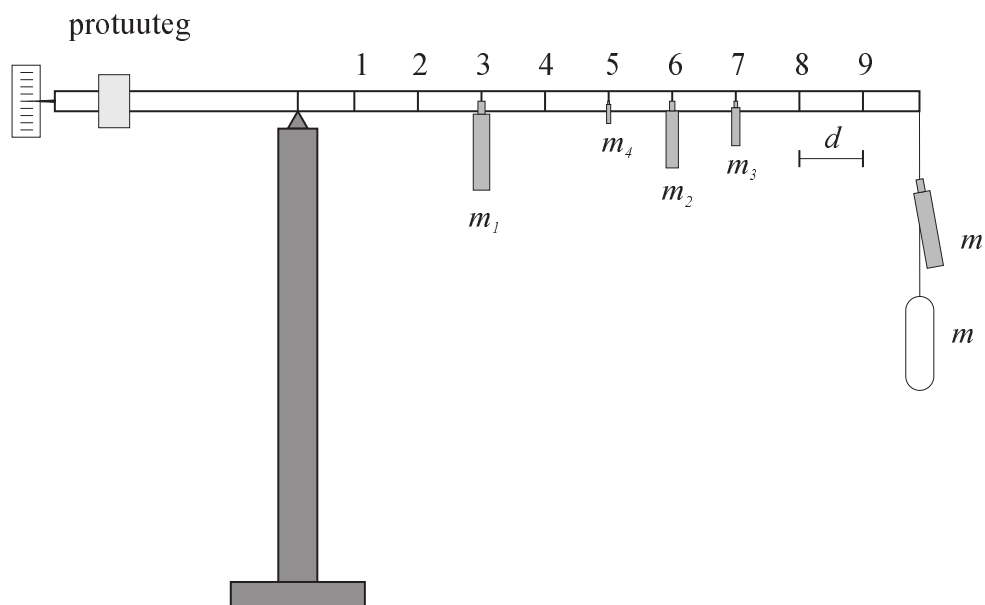


$$\begin{aligned}
 |\vec{M}_1| &= (m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4)gd \\
 &= (m_1 \cdot 10 + m_1 \cdot 3 + m_2 \cdot 6 + m_3 \cdot 7 + m_4 \cdot 5)gd \\
 &= (10 \cdot 10 + 10 \cdot 3 + 1 \cdot 6 + 0,1 \cdot 7 + 0,01 \cdot 5)gd \\
 &= (13 \cdot 10 + 1 \cdot 6 + 0,1 \cdot 7 + 0,01 \cdot 5)gd \\
 &= 136,75gd \text{ [Nm]}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Primjetite da se u gornjoj jednadžbi uteg mase  $m_1$  javlja dva puta jer se na slici 2.3 nalaze i dva utega mase  $m_1$ . Uranjanjem ronioca u vodu na njega djeluje i sila uzgona  $\vec{U}$  koja je usmjerena u smjeru suprotnom od smjera njegove težine. Iznos sile uzgona je

$$U = \rho g V, \tag{2.7}$$

gdje je  $\rho$  gustoća tekućine u koju je ronioc uronjen. Moment sile uzgona  $\vec{M}_{uzg}$  djeluje u smjeru suprotnom od smjera vektora momenta  $\vec{M}_1$  te je za ponovno uravnoteženje vage potrebno prerasmjestiti utege. Uz prerasmještaj utega na kraku vage, trebat ćete i objesiti još jedan uteg mase  $m_1 = 10$  g na objesište ronioca. Pretpostavimo da uz dva utega mase  $m_1$  obješene na objesištu ronioca, imamo i uteg  $m_1$  na hvatištu



Slika 2.3: Mohr-Westphalova vaga - primjer.

označenim brojem '3', uteg mase  $m_2$  na objesištu '6',  $m_3$  na '4' i  $m_4$  na '7'. Moment  $\vec{M}_1$  je tada jednak

$$\begin{aligned} |\vec{M}'_1| &= (m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4)gd \\ &= (m_1 \cdot 10 + m_1 \cdot 10 + m_1 \cdot 3 + m_2 \cdot 6 + m_3 \cdot 4 + m_4 \cdot 7)gd \\ &= (10 \cdot 10 + 10 \cdot 10 + 10 \cdot 3 + 1 \cdot 6 + 0,1 \cdot 4 + 0,01 \cdot 7)gd \quad (2.8) \\ &= (23 \cdot 10 + 1 \cdot 6 + 0,1 \cdot 4 + 0,01 \cdot 7)gd \\ &= 236,47gd \text{ [Nm]} \end{aligned}$$

Razlika momenata  $|\vec{M}_1|$  i  $|\vec{M}'_1|$  je jednak momentu sile uzgona na ronioc

$$|\vec{M}_{uzg}| = \rho g V \cdot 10d = |\vec{M}'_1| - |\vec{M}_1|, \quad (2.9)$$

gdje je  $10d$  krak sile uzgona. Na konkretnom primjeru gornja jednadžba daje

$$\rho g V \cdot 10d = 99,72gd, \quad (2.10)$$

što, imajući na umu da su mase utega dane u gramima, a  $V = 10 \text{ cm}^3$ , za gustoću tekućine daje

$$\rho = \frac{99,72 \text{ g}}{10 \cdot 10 \text{ cm}^3} = 0,9972 \text{ g/cm}^3 \quad (2.11)$$

U ovoj ćete vježbi mjeriti temperaturnu ovisnost gustoće vode. Za kontrolu temperature ćete koristiti vodenu kupelj s termostatom, a posudu s vodom u koju ćete uroniti ronioc uronite u vodenu kupelj. Temperaturu vode u vodenoj kupelji postavite potencijetrom na termostatu, a pratite je alkoholnim termometrom uronjenim u vodenu kupelj. Kada je temperatura vodene kupelji stabilizirana, pričekajte nekoliko minuta da se stabilizira i temperatura vode u posudi s roniocem. Nakon određivanja gustoće vode, izmjerite temperaturu vode u posudi priloženim termometrom.

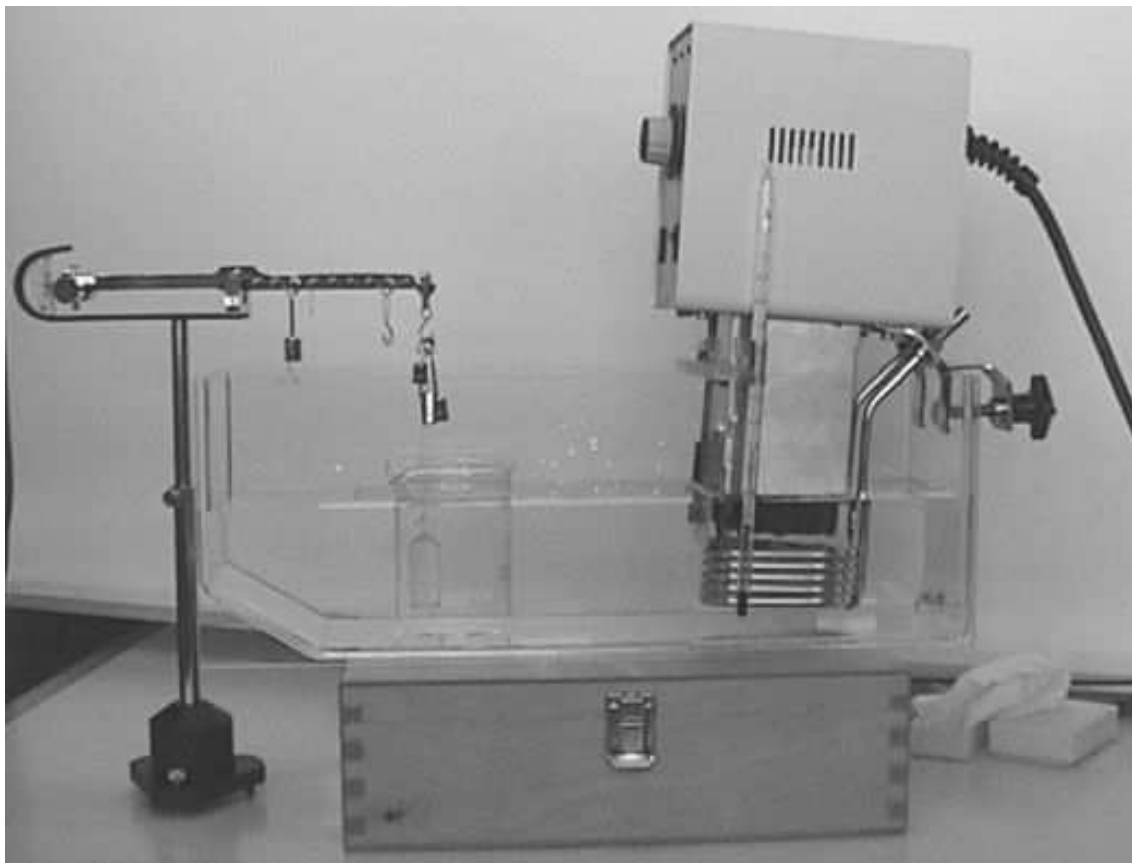
## Zadaci

1. Uravnotežite Mohr-Westphalovu vagu kada se ronioc nalazi u zraku i zabilježite raspored utega.

2. Izmjerite i grafički prikazite temperaturnu ovisnost gustoće vode u intervalu od  $25^{\circ}\text{C}$  do  $75^{\circ}\text{C}$  uz korake od  $5^{\circ}\text{C}$ .
3. Odredite koeficijent termičkog širenja na temperaturama  $30^{\circ}\text{C}$  i  $65^{\circ}\text{C}$ . Provedite račun pogrešaka. Koristite formulu za numeričku derivaciju iz dodatka B na stranici 52.

### Pitanja za razmišljanje

- Koliki je koeficijent termičkog širenja vode na  $4^{\circ}\text{C}$ ?



Slika 2.4: Eksperimentalni postav za mjerenje temperaturne ovisnosti gustoće tekućine.