

Vježba 2

Termičko širenje krutih tijela

Uvod

U kristalima su položaji atoma definirani Bravaisovom rešetkom, mrežom točaka \vec{R} čiji su položaji R dani relacijom

$$\vec{R} = n_1\vec{r}_1 + n_2\vec{r}_2 + n_3\vec{r}_3 . \quad (2.1)$$

n_i su cijeli brojevi, a \vec{r}_i vektori jedinične ćelije, koji definiraju tzv. jediničnu ćeliju kristalne rešetke koja popunjava njen volumen bez preklapanja i ostavljenih šupljina. Na slici 2.1 su predloženi vektori \vec{r}_i na primjeru jednostavne kubične rešetke.

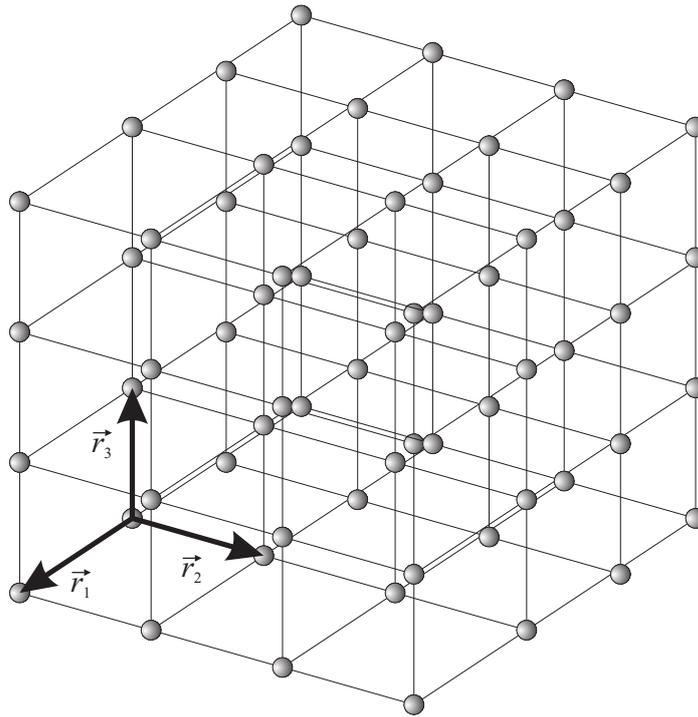
U kristalima su atomi međusobno vezani, a potencijal vezanja je najbolje opisan Lennard-Jonesovim (ili 6-12) potencijalom:

$$U(r) \propto \left(\frac{r_0}{r}\right)^{12} - \left(\frac{r_0}{r}\right)^6 , \quad (2.2)$$

u kojemu r označava međusobnu udaljenost dvaju atoma i prikazan je crnom linijom na slici 2.2. Ovakav oblik potencijala istovremeno opisuje i međusobno odbijanje atoma na relativno kratkim udaljenostima r (kada potencijal postane pozitivan, odnosno odbojan) te njihovo privlačenje za veće r . Također, ravnotežni položaj je definiran potencijalnom jamom sa središtem u $r = r_0$. U ravnotežnom položaju ($r = r_0$) harmonički potencijal

$$U(r) \propto (r - r_0)^2 \quad (2.3)$$

(označen sivom bojom na slici 2.2) dobro opisuje Lennard-Jonesov. Prvi znanstvenik koji je zaključio da bi međudjelovanje čestica u materiji trebalo biti oblika opisanog



Slika 2.1: Jednostavna kubična rešetka

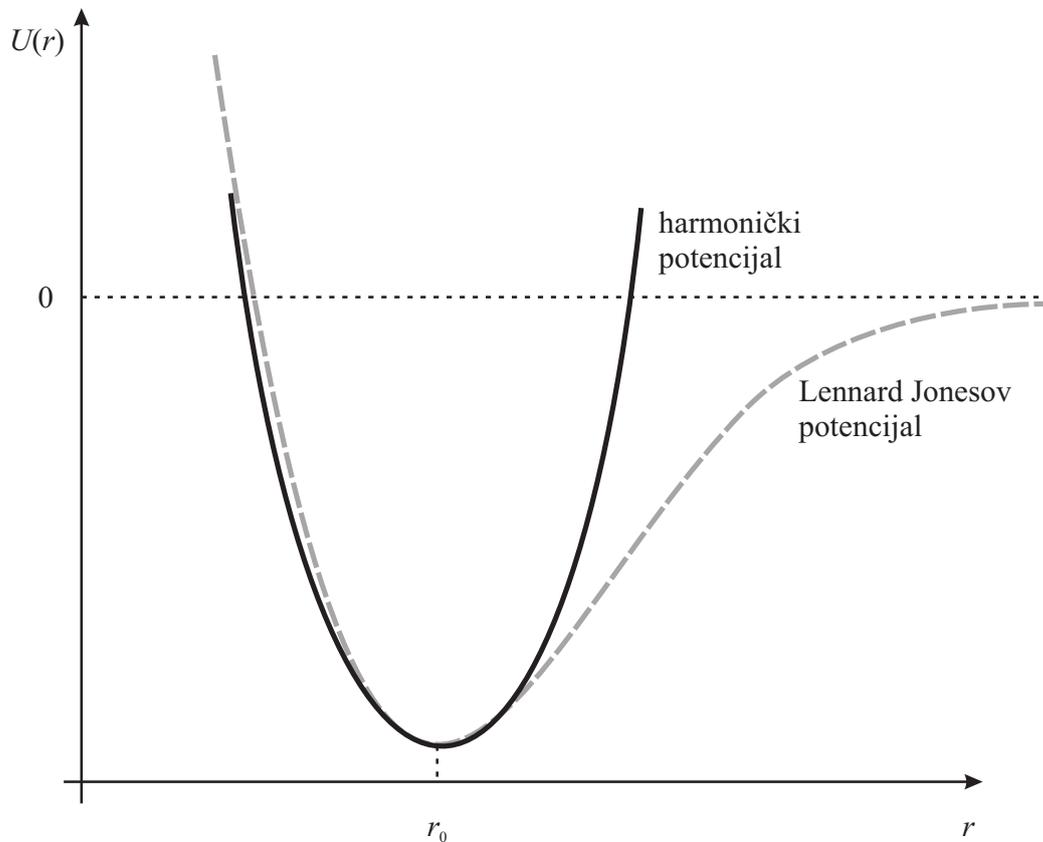
Lennard-Jonesovim potencijalom je bio Josip Rugjer Bošković.

Atomi koji se nalaze u kristalnoj rešetki ne miruju nego titraju oko svoga položaja ravnoteže r_0 . Što je temperatura T viša, to je i amplituda titranja veća, čime se i središte titranja pomiče na veće međuatomske udaljenosti. Time su povećava prosječna udaljenost između atoma; drugim riječima, povišenjem se temperature povećava i volumen kristala. Povećanje je volumena pri konstantnom tlaku p opisano koeficijentom volumnog širenja α :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \quad (2.4)$$

U slučaju da je jedna dimenzija tijela mnogo veća od ostale dvije, promjena se volumena $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ može aproksimirati promjenom samo te jedne dimenzije $\Delta V = \Delta x \cdot y \cdot z$. U jednodimenzionalnome se slučaju stoga definira koeficijent linearnog širenja α_1

$$\alpha_1 = \frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_p, \quad (2.5)$$



Slika 2.2: Lennard-Jonesov potencijal

gdje je l ukupna duljina tijela. U diskretnom obliku gornja jednadžba poprima sljedeći oblik:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta l}{l_0} \frac{1}{\Delta \vartheta}, \quad (2.6)$$

gdje je l_0 početna duljina tijela, $\Delta l = l - l_0$ promjena njegove duljine, a $\Delta \vartheta$ promjena temperature. Iz jednadžbe (2.6) slijedi

$$l(\vartheta) = l_0 [1 + \alpha_1 (\vartheta - \vartheta_0)], \quad (2.7)$$

gdje je ϑ_0 početna temperatura.

Mehanička svojstva materije su povezana s njenim termičkim svojstvima, što se vidi iz Grüneisenove relacije

$$\frac{\alpha}{C_p} = \gamma \frac{\kappa}{V}, \quad (2.8)$$

gdje je C_p specifični toplinski kapacitet ($C_p = (\partial U / \partial T)_p$; U je unutarnja energija sustava), $\kappa = -(1/V)(\partial V / \partial p)_T$ kompresibilnost, a γ Grüneisenov parametar, definiran kao koeficijent proporcionalnosti između promjene vlastite frekvencije titranja atoma ν i promjene volumena V :

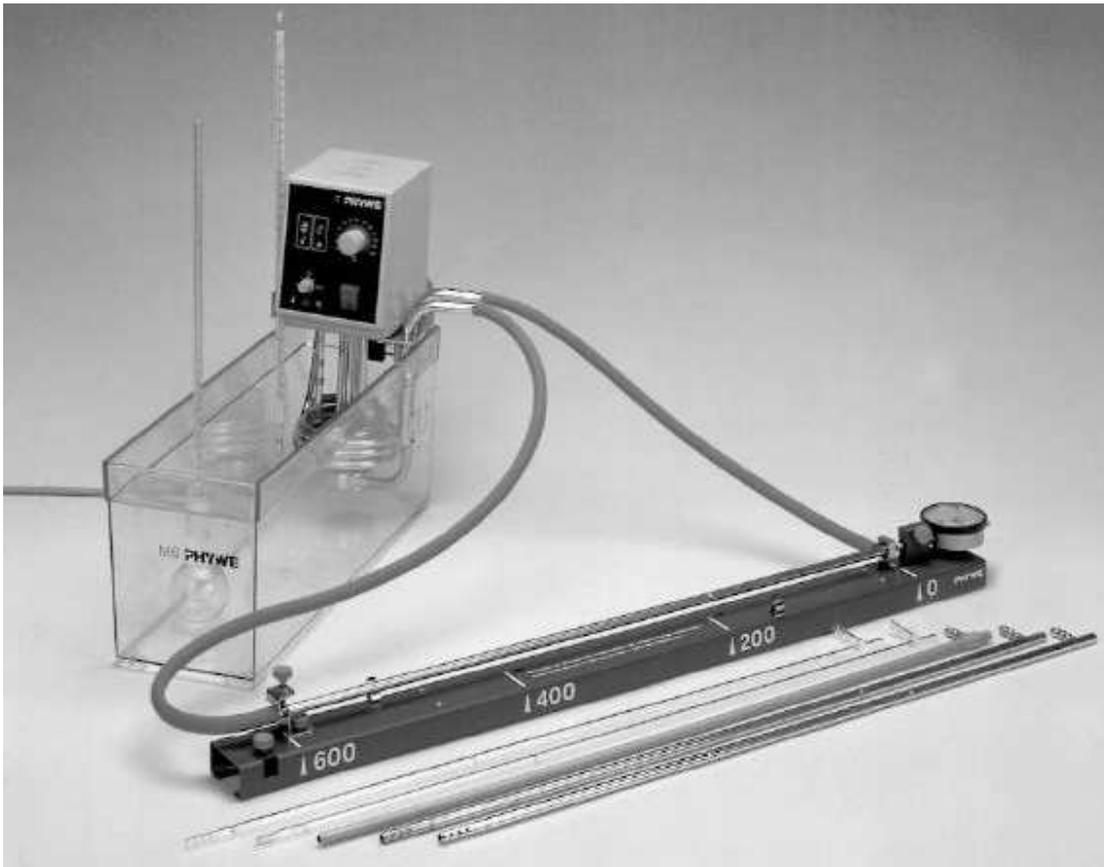
$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \gamma \frac{\Delta V}{V}. \quad (2.9)$$

Eksperimentalni uređaj i mjerenje

Na raspolaganju imate vodenu kupelj s termostatom, dilatometar s mikromatarskom vijkom, četiri aluminijske cijevi načinjenih od različitih materijala (aluminij, čelik, bakar i mjed), svaka duljine 60. Na dilatometar postavite cijev. Sisaljku spojenu na termostat vodene kupelji gumenim crijevima spojite na spojnice cijevi. Pazite da dovodno i odvodno crijevo bude što dalje od dilatometra (radi izbjegavanja znatnijeg zagrijavanja tijela dilatometra, što bi uvelo sistematsku pogrešku u mjerenja). Prije zagrijavanja cijevi zabilježite "nulti" položaj mikrometerskog vijka. Potom mijenjajte temperaturu na termostatu za $\Delta t = 5^\circ\text{C}$ i na skali mikrometerskog vijka očitajte promjenu duljine cijevi Δl . Prilikom promjene cijevi promijenite i vodu u vodenoj kupelji.

Zadaci

1. Izračunajte koeficijent linearnog širenja aluminijske, čelike, bakra i mjeda tako što ćete mjeriti promjenu duljine cijevi u temperaturnom intervalu 45°C do 70°C .
2. Grafički prikazite ovisnost promjene duljine o promjeni temperature za sve četiri cijevi.



Slika 2.3: Aparatura za određivanje koeficijenta linearnog širenja krutih tijela.