



ISPIT IZ KOLEGIJA MATEMATIČKE METODE FIZIKE 1

5.2.2015.

1. Pokažite da funkcija $w=f(u, v)$, gdje je $u=x+at$ i $v=y+bt$ zadovoljava jednadžbu

$$\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial w}{\partial x} + b \frac{\partial w}{\partial y}$$

2. Dano je vektorsko polje $\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{y}{z} + \frac{y}{x^2}\right)\hat{i} + \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{x}{z}\right)\hat{j} - \frac{xy}{z^2}\hat{k}$. Odredite:

a) $\nabla \cdot \vec{F}$

b) $\nabla \times \vec{F}$

c) ukoliko je polje potencijalno, odredite potencijal

3. Izračunajte $\int_K (xy + 2x^2) dx$ pri čemu je K usmjerena krivulja duž luka parabole $y^2 = 2px$ od točke A(2p, 2p) do točke B(2p, -2p).

4. Odredite ekstreme funkcije $f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$.

5. Izračunajte plošni integral $\iint_S xy dS$ gdje je S dio plohe $z = 2 - \frac{1}{2}x^2$ za koji je $z \geq 0$, $0 \leq y \leq x$.

6. Izračunajte $\iint_S (x+y+z) dS$ ako je S gornja strana polukugle $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, i $z \leq 0$. Pri rješavanju integrala prijedite u cilindrični sustav.

7. Kruto tijelo sastoji se od 4 mase: $m, 2m, 3m$ i $4m$ postavljene u točke (a, a, a) , $(a, -a, -a)$, $(-a, a, -a)$ i $(-a, -a, a)$ redom, povezane krutim štapom. Odredite tenzor inercije i kut između vektora kutne brzine i angularnog momenta pri rotaciji sustava oko osi z.

8. Kolika je vjerojatnost da se prilikom bacanja kocke pojavi neparan **broj**? Kolika je vjerojatnost da se prilikom dvostrukog bacanja kocke pojavi **zbroj 7**? Kolika je vjerojatnost da se prilikom dvostrukog bacanja kocke pojavi **zbroj 7** ili 8? Kolika je vjerojatnost da se prilikom dvostrukog bacanja kocke pojavi **zbroj** veći od 7?

9.

- a) Provjerite je li polje $\vec{F} = (2r \sin \theta + \cos \varphi)\hat{e}_r + (r \cos \theta - \frac{\sin \theta}{r})\hat{e}_\theta - \frac{\sin \varphi}{\sin \theta}\hat{e}_\varphi$ potencijalno i ako je odredite mu potencijal.

- b) Odredite $\nabla \cdot \vec{A}$ ako je $\vec{A} = r^2 \operatorname{tg} \theta \cdot \hat{e}_r + r^3 \cdot \sin \theta \cdot \varphi \cdot \hat{e}_\theta + \frac{r \cdot \varphi}{\cos \varphi} \hat{e}_\varphi$

10. Ekspertna grupa procjenjuje učinke investicija na rizičnom području. Učinak investicije izražen je u obliku dobiti, odnosno gubitaka za promašene plasmane. Distribucija vjerojatnosti učinka investicija navedena je u tabeli (iznosi gubitaka i dobitaka su u tisućama kuna).

a) Odredite očekivanu vrijednost i standardnu devijaciju distribucije vjerojatnosti.

b) Kolika je vjerojatnost da će investicija rezultirati gubitkom? Kolika je vjerojatnost da će dobit biti između 100 i 300 tisuća kuna?

Dobit/gubitak	-400	-200	-100	0	100	200	300	400
vjerojatnost	0.05	0.15	0.3	0.1	0.3	0.03	0.04	0.03