

LINEARNA ALGEBRA (fizika - ak.god. 2013./14.)

Podsjetnik za učenje

0. OSNOVNE ALGEBARSKE STRUKTURE

- 0.1. Definicija algebarske strukture.
- 0.2. Relacija. Relacija ekvivalencije. Kvocijentni skup.
- 0.3. Binarna operacija. Grupoid. Polugrupa. Monoid.
- 0.4. Grupa. Abelova grupa. Podgrupa. Kvocijentna grupa.
- 0.5. Homomorfzmi i izomorfzmi grupa.
- 0.6. Prsten. Integralna domena. Polje.
- 0.7. Homomorfzmi i izomorfzmi prstenova (polja).
- 0.8. Definicija vektorskog prostora. Svojstva. Primjeri.
- 0.9. Linearna zavisnost i nezavisnost.
- 0.10. Skup izvodnica. Baza i dimenzija.
- 0.11. Potprostor. Linearna ljuska.
- 0.12. Presjek i suma potprostora. Direktna suma.
- 0.13. Kvocijentni prostor.
- 0.14. Definicija algebre.

1. LINEARNI OPERATORI

1. Definicija linearnog operatora i njegova osnovna svojstva.
2. Primjeri linearnih operatora:
 - homotetija s koeficijentom λ (nul-operator, jedinični operator);
 - inkluzija, projektor, kvocijentni operator;
3. Zašto je linearni operator dovoljno zadati na bazi? (Teorem 1.1)
4. Definicija izomorfizam linearnih prostora i definicija automorfizma.

5. Realacija "biti izomorfan" (\cong) na klasi svih linearnih prostora nad istim poljem (Teorem 1.2).
6. Veza realacije "biti izomorfan" i dimenzije linearnih prostora. Standardni model.
7. Što je rang, a što defekt linearnog operatora?
8. Teorem o rangu i defektu (ideja dokaza).
9. Skup $\text{Hom}(U, V)$ i njegova algebarska struktura.
10. Skup $\text{Hom}(V)$ i njegova algebarska struktura.
11. Definicija linearnog funkcionala (primjeri).
12. Izomorfizam linearnog prostora i njegovog duala.

2. MATRICE I DETERMINANTE

13. Definicija matrice i pojmova vezanih za matricu.
14. Zbrajanje matrica i množenje matrica sa skalarom. Svojstva. Linearni prostor $\mathcal{M}_{m,n}$.
15. Produkt matrica. Svojstva. Algebra \mathcal{M}_n .
16. Opća linearna grupa $GL(n, F)$.
17. Ortogonalna grupa $O(n, F)$. Struktura ortogonalne matrice.
18. Definicija ranga matrice.
19. Elementarne transformacije nad matricom.
20. Klasa ekvivalencije ekvivalentnih matrica (veza s rangom).
21. Definicija determinante.
22. Osnovna svojstva determinanti.
23. Binet-Cauchyjev teorem.
24. Definicija algebarskog komplementa i način određivanja.
25. Laplaceov razvoj determinante.
26. Veza između regularnosti matrice i njene determinatne.

27. Veza između ranga matrice i njene determinatne.

3. INVARIJANTE LINEARNOG OPERATORA

28. Koordinatni sustav, slog, matrica. Koordinatizacija prostora. Što je matrica skupa vektora s obzirom na danu bazu?

29. Kako se formira matrica prijelaza iz baze u bazu danog vektorskog prostora? Veza među koordinatnim matricama istog vektora u različitim bazama.

30. Kako se formira matrica linearnog operatora $l : U \rightarrow V$ u paru baza $(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ vektorskih prostora U i V , redom?

31. Matrična reprezentacija slike vektora u paru baza $(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ vektorskih prostora U i V , redom.

32. Izomorfizam vektorskih prostora $Hom(U, V)$ i \mathcal{M}_{mn} i izomorfizam algebri $HomV$ i \mathcal{M}_n .

33. Sličnost matrica. Odnos matričnih zapisa istog linearnog operatora.

34. Karakteristična matrica, karakteristični polinom.

35. Hamilton-Cayleyev teorem.

36. Minimalni polinom. Odnos minimalnog i karakterističnog polinoma.

37. Invarijantni potprostor. Reducibilan i potpuno ireducibilan linearan operator i njegov matrični zapis.

38. Svojtvene vrijednosti i svojstveni vektor linearnog operatora.

39. Svojstveni potprostor (geometrijska kratnost). Spektar.

40. Traženje svojstvenih vrijednosti linearnog operatora (teorem).

41. Traženje svojstvenih vektora linearnog operatora.

42. Linearna nezavisnost svojstvenih vektora (teorem).

43. Kriterij za dijagonalizabilnost linearnog operatora (nužnan i dovoljan uvjet).

44. Jordanova forma matrice. Kriterij za određivanje izgleda Jordanove forme matrice nad algebarski zatvorenim poljem.

4. SUSTAVI LINEARNIH JEDNADŽBI

45. Sustav linearnih jednadžbi i njegov matrični zapis. Što je rješenje sustava?
46. Geometrijska interpretacija sustava linearnih jednadžbi (pomoću linearnog operatora).
47. Egzistencija rješenja sustava (Teorem (Kronecker-Cappelli)).
48. Definicija Cramerovog sustava (geometrijska interpretacija, izgled rješenja).
49. Homogeni sustav. Struktura skupa rješenja homogenog sustava linearnih jednadžbi.
50. Neomogeni sustav. Struktura skupa rješenja nehomogenog sustava linearnih jednadžbi.
51. Ekvivalentni sustavi. Gaussova metoda eliminacije.
52. Svođenje na Cramerovo sustav.
53. Linearne matrične jednadžbe.

5. UNITARNI PROSTORI

54. Definicija unitarnog prostora i njegova osnovna svojstva.
55. Primjeri unitarnih prostora.
56. Definicija norme u unitarnom prostoru i njena osnovna svojstva.
57. Definicija ortogonalnog i ortonormiranog skupa vektora.
58. Veza ortogonalnosti i linearne nezavisnosti skupa vektora.
59. Egzistencija ortonormirane baze unitarnog prostora (Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije). **(vježbe)**
60. Prikaz vektora, skalarnog produkta i norme u ortonormiranoj bazi. **(vježbe)**