

FAKULTET PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKIH ZNANOSTI I ODGOJNIH PODRUČJA

Fizički praktikum

Student : **Petar Stipanović**

Naslov vježbe : **Određivanje koeficijenta trenja**

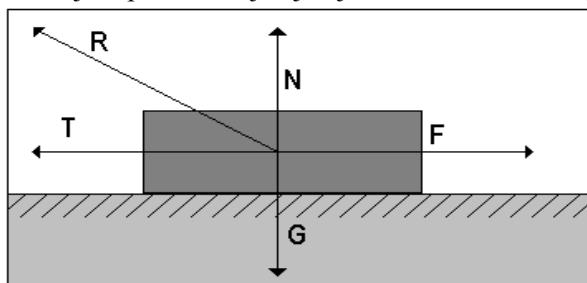
Redni broj : **6.**

Split, 02.04.2002.

Vježba 6: ODREĐIVANJE KOEFICIJENTA TRENJA

CILJ 1. ZADATKA : Odrediti koeficijent trenja na ravnoj podlozi za dva tijela pomoću dinamometra.

TEORIJA : Horizontalna podloga na tijelo, koje se u odnosu na nju giba relativno, djeluje s dvije sile. Jedna je otpornost koja djeluje normalnom reakcijom $\vec{N} = -\vec{G}$. Druga je sila trenja \vec{T} koja djeluje tangencijalno na dodirnu površinu, suprotno smjeru relativne brzine. Ako gibanje tijela proizvodi silu \vec{F} koja je paralelna sa ravninom podloge, a relativna brzina gibanja je konstantna, onda je $\vec{T} = -\vec{F}$. Sila trenja proporcionalna je iznosu normalne reakcije podloge \vec{N} : $T = \mu \cdot N$



Slika 1. $\vec{N} = -\vec{G}$; $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$

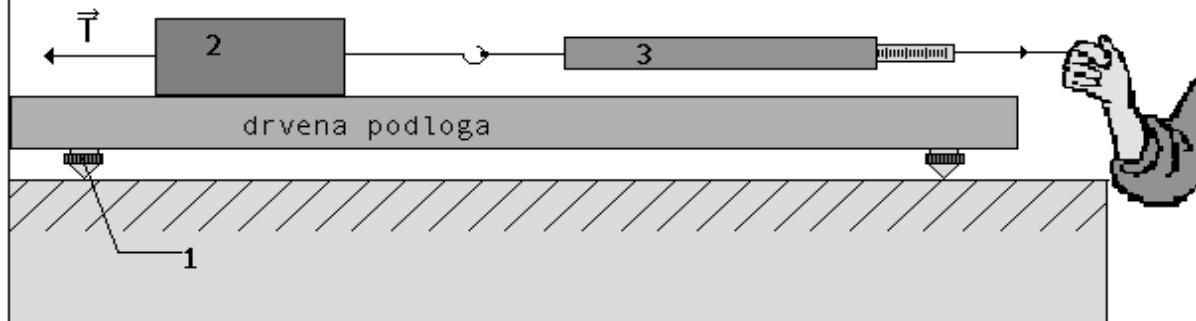
PRETPOSTAVKA: Akceleracija je slobodnog pada poznata i iznosi 9.8 ms^{-2}

PRIBOR: Ravna drvena podloga, dva drvena tijela, dinamometar, vaga.

OPIS POKUSA: Koristeći libelu podlogu postavimo u horizontalni položaj. Dinamometar, koji je pričvršćen za tijelo na podlozi, vučemo silom paralelnom s podlogom. Vrijednost sile $\vec{F} = \vec{T}$ očitamo na dinamometru kada je relativna brzina gibanja tijela prema podlozi konstantna, a masu m odredimo vaganjem.

$$\left. \begin{array}{l} T = \mu \cdot N = F \\ N = G = mg \\ F = \mu \cdot mg \end{array} \right\} \Rightarrow \mu = \frac{F}{mg}$$

- 1-vijak koji služi za postavljanje podloge u ravnotežni položaj
- 2-tijelo
- 3-dinamometar



Slika 2. Mjerenje sile trenja

mjerenje veličina	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
m_1/g	128.2	128.3	128.2	128.3	128.3	128.3	128.3	128.2	128.4	128.3
F_1/N	0.31	0.35	0.30	0.32	0.34	0.32	0.31	0.30	0.33	0.38
m_2/g	251.0	251.0	251.0	251.1	251.0	251.0	251.1	251.1	251.1	251.0
F_2/N	0.64	0.50	0.48	0.50	0.46	0.52	0.47	0.49	0.48	0.52

Tablica 1. Rezultati mjerenja

Mjerenje $F_2 = 0.64N$ zanemarit ćemo pri računu jer puno odstupa od ostalih vrijednosti za silu F_2 .

Sada koristeći opću formulu za srednju vrijednost $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ i standardno odstupanje aritmetičke sredine računamo srednje vrijednosti i pripadne pogreške od veličina iz tablice : npr.

$\bar{m}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{10} m_{1i}}{10} = 128.28g ; \sigma_{m1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (m_{1i} - \bar{m}_1)^2}{10 \cdot 9}} = 0.02g$. Analogno izračunamo srednje vrijednosti i pripadne pogreške preostalih veličina. Radi preglednosti rezultate ćemo prikazati tablicom :

x	m_1/g	F_1/N	m_2/g	F_2/N
\bar{x}	128.28	0.328	251.04	0.4911
σ_x	0.02	0.007	0.02	0.007

Tablica 2. Srednje vrijednosti i pripadne pogreške mjereneh veličina

Srednji koeficijent trenja prvog tijela i drvene podloge iznosi $\bar{\mu} = \frac{\bar{F}_1}{\bar{m}_1 g} = 0.261$, a pripadna pogreška

$$\sigma_{\mu1} = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \mu}{\partial x_i} \Big|_{x_2=\bar{m}_1, \bar{x}_1=\bar{F}_1} \right)^2 \cdot \sigma_i^2} = \sqrt{\frac{\sigma_{F1}^2}{\bar{m}_1^2 g^2} + \frac{\bar{F}_1^2 \sigma_{m1}^2}{\bar{m}_1^4 g^2}} = 0.006$$

dok srednji koeficijent trenja drugog tijela i drvene podloge iznosi $\bar{\mu} = \frac{\bar{F}_2}{\bar{m}_2 g} = 0.200$, a pogreška

$$\sigma_{\mu2} = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \mu}{\partial x_i} \Big|_{x_2=\bar{m}_2, \bar{x}_1=\bar{F}_2} \right)^2 \cdot \sigma_i^2} = \sqrt{\frac{\sigma_{F2}^2}{\bar{m}_2^2 g^2} + \frac{\bar{F}_2^2 \sigma_{m2}^2}{\bar{m}_2^4 g^2}} = 0.003$$

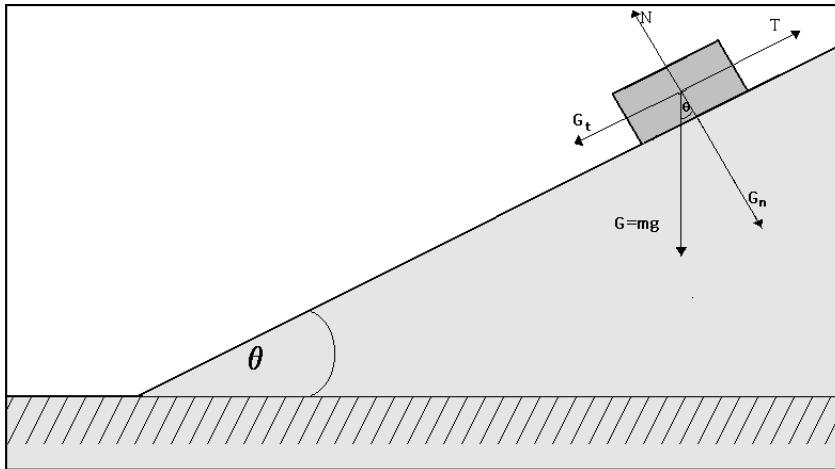
Dakle, $\mu_1 = 0.261 \pm 0.006$, a $\mu_2 = 0.200 \pm 0.003$.

CILJ 2. ZADATKA: Odrediti koeficijent trenja na danoj kosini za dva zadana tijela. Odrediti i slučaj kada je podloga u horizontalnom položaju (analogno kao u prvom zadatku). Isti postupak provesti i za podlogu pokrivenu limom.

PRETPOSTAVKA : Akceleracija je slobodnog pada poznata i iznosi 9.8 ms^{-2}

PRIBOR : Kosina, dva drvena tijela, dinamometar, vaga, lim.

OPIS : Podlogu, na koju je postavljeno tijelo, naginjemo i lagano kuckamo po podlozi kako bi svedrali staticki koeficijent trenja sve dok tijelo ne počne jednolikom klizitom po podlozi. Kad tijelo klizi jednolikom po kosini koja sa horizontalnom ravninom zatvara kut ϑ , onda je iznos sile trenja jednak iznosu tangencijalne komponente težine tijela. (Slika 3.)



$$N = G_n = G \cos \vartheta = mg \cos \vartheta$$

$$T = G_t = G \sin \vartheta = mg \sin \vartheta$$

$$\mu = \frac{T}{N} = \frac{mg \sin \vartheta}{mg \cos \vartheta}$$

$$\mu = \tan \vartheta$$

Slika 3. Sile koje djeluju na tijelo na kosini

veličina mjerjenje	F_1 / N	F_2 / N	F_{1M} / N	F_{2M} / N	ϑ_1	ϑ_2	ϑ_{1M}	ϑ_{2M}
1.	0.32	0.54	0.40	0.62	19°	15°	16°	20°
2.	0.30	0.53	0.42	0.70	19°	15°	17°	18°
3.	0.30	0.54	0.44	0.74	20°	15°	16°	18°
4.	0.34	0.52	0.44	0.72	20°	15°	17°	19°
5.	0.34	0.56	0.42	0.73	19°	14°	16°	20°
6.	0.32	0.55	0.43	0.74	21°	14°	16°	20°
7.	0.31	0.55	0.43	0.75	21°	14°	17°	20°
8.	0.32	0.54	0.44	0.73	19°	15°	17°	19°
9.	0.33	0.54	0.45	0.72	20°	14°	16°	19°
10.	0.32	0.55	0.45	0.75	19°	14°	16°	18°

Tablica 3. Rezultati mjerjenja

Kako su tijela ista kao u prvom zadatku, mase uzimamo iz prvog zadatka. Sada koristeći opću formulu za srednju vrijednost i standardno odstupanje aritmetičke sredine računamo srednje vrijednosti i pripadne pogreške od veličina iz tablice: npr.

$$\bar{F}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{10} F_{1i}}{10} = 0.320 N \text{ te } \sigma_{F1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (F_{1i} - \bar{F}_1)^2}{10 \cdot 9}} = 0.004 N .$$

Analogno izračunamo srednje vrijednosti i pripadne pogreške preostalih veličina. Radi preglednosti rezultate ćemo prikazati tablicom:

x	m_1 / g	m_2 / g	F_1 / N	F_2 / N	F_{1M} / N	F_{2M} / N	$\vartheta_1 / ^\circ$	$\vartheta_2 / ^\circ$	$\vartheta_{1M} / ^\circ$	$\vartheta_{2M} / ^\circ$
\bar{x}	128.28	251.04	0.320	0.542	0.431	0.720	19.7	14.4	19.1	16.4
σ_x	0.02	0.02	0.004	0.004	0.005	0.012	0.3	0.2	0.3	0.2

Tablica 4. Srednje vrijednosti s pripadnim pogreškama od mjerenih veličina

Srednji koeficijent trenja prvog tijela i drvene podloge iznosi $\bar{\mu} = \frac{\bar{F}}{\bar{m}g} = 0.255$, a pripadna pogreška

$$\sigma_{\mu_1} = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \mu}{\partial x_i} \Big|_{x_2=\bar{m}_1, \bar{x}_1=\bar{F}_1} \right)^2 \cdot \sigma_i^2} = \sqrt{\frac{\sigma_{F1}^2}{\bar{m}_1^2 g^2} + \frac{\bar{F}_1^2 \sigma_{m1}^2}{\bar{m}_1^4 g^2}} = 0.003$$

dok srednji koeficijent trenja prvog tijela i drvene podloge mjerjen na kosini iznosi $\bar{\mu}_1^* = \tan \bar{\vartheta}_1 = 0.358$, a pripadna pogreška $\sigma_{\mu} = \sqrt{\left(\frac{\partial \mu}{\partial \vartheta} \right)^2 \cdot \sigma_{\vartheta}^2} = \frac{\sigma_{\vartheta_1}(\text{rad})}{\cos^2 \bar{\vartheta}_1} = 0.006$. Analogno izračunamo koeficijent trenja između podloge i drugog tijela te u slučaju limene podloge za oba tijela. Radi preglednosti rezultate čemo prikazati tablicom (indeks M imaju rezultati s metalnom podlogom):

veličina	\bar{x}	σ_x	x
μ_1	0.255	0.003	0.255 ± 0.003
μ_2	0.220	0.002	0.220 ± 0.002
μ_{1M}	0.343	0.004	0.343 ± 0.004
μ_{2M}	0.293	0.005	0.293 ± 0.005
μ_1^*	0.358	0.006	0.358 ± 0.006
μ_2^*	0.257	0.004	0.257 ± 0.004
μ_{1M}^*	0.346	0.006	0.346 ± 0.006
μ_{2M}^*	0.294	0.004	0.294 ± 0.004

Tablica 5. Koeficijenti trenja (* označava rezultate za kosinu)

KOMENTAR : Kod mjerjenja u prvom zadatku koeficijenti se razlikuju iako se u oba slučaja mijere primjeri koeficijenti trenja drva na drvu. Podloga na kojoj je vršeno mjerjenje nije jednako glatka po cijeloj površini pa hrapavost utječe na koeficijent trenja. Teško je točno procijeniti kada je brzina konstantna, a još nam u tome otežava hrapavost podloge koja utječe na promjenu sile kojom moramo djelovati. Trebalo bi koristiti ravnu i glatkog podlogu te usto neobojanu. Pri vaganju teško je procijeniti kako postaviti utege tako da središte mase bude u centru zdjelice. Zdjelice moraju ostati u stanju mirovanja jer njihanje uzrokuje promjenu ravnotežnog položaja. Dakle, ne smije biti strujanja zraka pa je vaga nepogodna za rad u nekim uvjetima. Ovu mehaničku vagu bi trebalo zamijeniti električnom, koja je pouzdanija i puno manje osjetljiva na čimbenike iz okoline. Dodirne površina između tijela i podloge nisu bile iste jer je jedno tijelo premašano lakom a površina drugog je bila pokrivena glatkim naslagama. Mjerena koeficijenta u prvom i drugom zadatku se razlikuju jer je podloga u prvom slučaju premašana bojom te hrapava zbog oštećenja. Kod mjerjenja kuta teško je u stupanj procijeniti kut pa bi zbog toga trebalo koristiti dulju kosinu što bi omogućilo podjelu kuta na desetinke stupnja. Lim nije skroz ravan pa to može dovesti pri mjerjenju do odstupanja i od 1 ili 2 stupnja. Hrapavost također utječe na očitavanja. Naslage različito raspoređene po tijelu su vjerojatno utjecale na različite rezultate dobivene pri mjerjenju koeficijenta trenja između horizontalne podloge i pri mjerjenju na kosini.